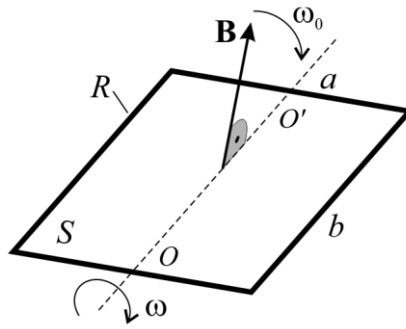


Задатак 225: Принцип рада асинхроног мотора (induction motor)



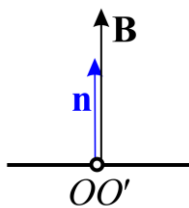
Слика 1.

Правоугаони завојак, површине S , окреће се угаоном брзином ω , као што је приказано на слици 1. Завојак се налази у хомогеном магнетском пољу индукције B , чија је угаона брзина окретања ω_0

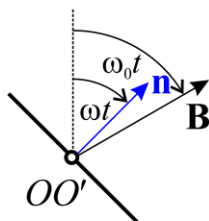
($\omega_0 > \omega$). У тренутку $t = 0$ вектор \mathbf{B} је нормалан на раван завојка. Отпорност завојка је R . Занемарујући магнетско поље струје индуковане у завојку, одредити средње вредности (а) снаге Џулових губитака у завојку, (б) момента магнетских сила које делују на завојак, (в) механичке снаге мотора, као и (г) коефицијент корисног дејства мотора.

Решење:

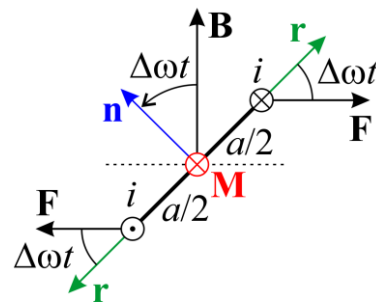
Два основна дела асинхроног (индукционог) мотора су статор и ротор. У статору се налазе намотаји са побудном струјом, који стварају обртно магнетско поље. Ротор садржи завојке (или кавез) у којима се индукује емс, па услед индуковане струје у завојцима, на њих (завојке) делује сила и они се окрећу у смеру обртног поља. На осовину мотора сада може да се прикључи направа која ће вршити механички рад. Угаона брзина обртног поља статора нешто је већа од брзине завојака ротора, па се мотор назива асинхроним. Задатак представља упрошћени принцип рада асинхроног мотора.



Слика 2



Слика 3



Слика 4

Положај вектора магнетске индукције у односу на правоугаони завојак, у тренутку $t = 0$, приказан је на слици 2. Због лакше прегледности, приказан је попречни пресек контуре, при чему је \mathbf{n} јединични вектор нормалан на површ контуре. На слици 3 је илустрован положај завојка, и одговарајућих вектора, у произвољном тренутку t . Пошто је за појаву

електромагнетске индукције важан једино релативан положај између вектора \mathbf{B} и нормалног орта \mathbf{n} , уместо оригиналног проблема можемо посматрати еквивалентан проблем на слици 4. Овде вектор \mathbf{B} мирује, а завојак се окреће око осе OO' , у супротном смеру у односу на слику 3, угаоном брзином $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$ (брзина клизања). У завојку постоји временски променљив флуks $\Phi(t) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = BS \cos(\Delta\omega t)$.

Одатле су индукована електромоторна сила и струја у завојку

$$\varepsilon_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} = \Delta\omega BS \sin(\Delta\omega t)$$

и

$$i = \frac{\varepsilon_{\text{ind}}}{R} = \frac{\Delta\omega BS \sin(\Delta\omega t)}{R},$$

при чему је референтни смер за струју везан правилном десне завојнице са ортом \mathbf{n} . На контуру произвољног облика која се налази у хомогеном магнетском пољу делује момент магнетских сила

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B},$$

где је $\mathbf{m} = iS\mathbf{n}$ магнетски момент завојка.

(Момент силе последица је постојања силе на странице завојка дужине b , $\mathbf{F} = ib\mathbf{i}_b \times \mathbf{B}$, где је \mathbf{i}_b јединични вектор дуж страница дужине b , усмерен као и струја. Како су \mathbf{i}_b и \mathbf{B} међусобно нормални, $|\mathbf{F}| = ibB$. У односу на осу OO' , момент силе на сваку од ове две странице је $\mathbf{M}_b = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, где је $|\mathbf{r}| = a/2$. Вектор \mathbf{M}_b је нормалан на раван цртежа и усмерен на доле, а интензитет му је $|\mathbf{M}_b| = |\mathbf{r}||\mathbf{F}|\sin(\Delta\omega t) = (a/2)ibB \sin(\Delta\omega t) = \Delta\omega B^2 S^2 \sin^2(\Delta\omega t)/(2R)$. Укупан момент силе је $\mathbf{M} = 2\mathbf{M}_b$).

Као што се види са слике 4, момент силе тежи да окрене завојак тако да се покlope вектор \mathbf{B} и орт \mathbf{n} . Другим речима, док постоји момент силе, завојак се окреће у истом смеру као вектор \mathbf{B} . Тренутна вредност момента силе је

$$M = mB \sin(\Delta\omega) = \frac{\Delta\omega B^2 S^2 \sin^2(\Delta\omega t)}{R},$$

при чему је референтни смер вектора означен на слици 4. Средња вредност момента је

$$\begin{aligned} \overline{M} &= \frac{1}{T} \int_0^T M dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\Delta\omega B^2 S^2 \sin^2(\Delta\omega t)}{R} dt = \frac{1}{\Delta\omega T} \int_0^T \frac{\Delta\omega B^2 S^2 \sin^2(\Delta\omega t)}{R} d(\Delta\omega t) = \\ &= \frac{\Delta\omega B^2 S^2}{R} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \frac{\Delta\omega B^2 S^2}{2R}, \end{aligned}$$

где је $T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$.

Као што смо већ рекли, приказани систем представља поједностављени модел асинхроног мотора. Угаона брзина окретања мотора, ω , је увек мања од угаоне брзине обртног магнетског поља ω_0 . Средња механичка снага мотора је

$$\overline{P}_{\text{meh}} = \overline{M}\omega = \frac{\omega\Delta\omega B^2 S^2}{2R}.$$

(Аналогија са транслаторним кретањем: механичка снага система који се креће брзином \mathbf{v} услед деловања силе \mathbf{F} је $P_{\text{meh}} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$. Ако је у питању ротација, $P_{\text{meh}} = F(\omega r) = (Fr)\omega = M\omega$.)

У завојку постоје Џулови губици чија је тренутна снага једнака

$$P_j = Ri^2 = \frac{(\Delta\omega)^2 B^2 S^2 \sin^2(\Delta\omega t)}{R}$$

а средња снага Џулових губитака је

$$\overline{P}_j = \frac{(\Delta\omega)^2 B^2 S^2}{2R}.$$

Укупна уложена снага једнака је збиру механичке снаге завојка и снаге Џулових губитака у завојку

$$\overline{P}_{\text{tot}} = \overline{P}_j + \overline{P}_{\text{meh}} = \frac{(\Delta\omega)^2 B^2 S^2}{2R} + \frac{\omega\Delta\omega B^2 S^2}{2R} = \frac{\omega_0\Delta\omega B^2 S^2}{2R},$$

а коефицијент корисног дејства је

$$\frac{\overline{P}_{\text{meh}}}{\overline{P}_{\text{tot}}} = \frac{\omega_0}{\omega}.$$

Погледајте анимацију на

https://www.youtube.com/watch?v=AQgyGNOP_3o