

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

9. септембар 2020.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА			
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.			2.	Укупно	

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине магнетског поља.

(а)	(б)
-----	-----

2. У свакој тачки домена v' у вакууму, у коме постоји брзопроменљиво електромагнетско поље, познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r}', t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$, где је \mathbf{r}' вектор положаја посматране тачке. У тачки са вектором положаја \mathbf{r} написати изразе за (а) електрични скалар-потенцијал $V(\mathbf{r}, t)$ и магнетски вектор-потенцијал $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ и (б) вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и вектор магнетске индукције $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$.

(а)	(б)
-----	-----

3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног TEM таласа у посматраној тачки је $\underline{\mathbf{E}} = (\mathbf{i}_x + \sqrt{5}\mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z) \text{ V/m}$. Израчунати (а) максималну и (б) ефективну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. Одредити максималну средњу снагу која се може преносити вођеним простопериодичним TEM таласом кроз коаксијални кабл, полупречника проводника a и b , са савршеним диелектриком релативне пермитивности ϵ_r , пермеабилности μ_0 и критичног поља $E_{кр}$.

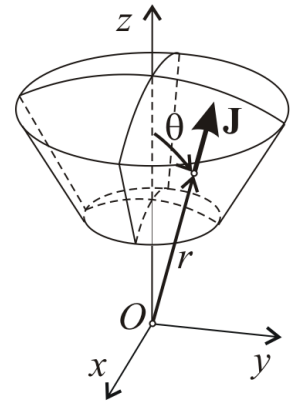
--

5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 9 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључен отпорника отпорности $R = 10 \Omega$. Одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 4,5 \text{ ns}$.

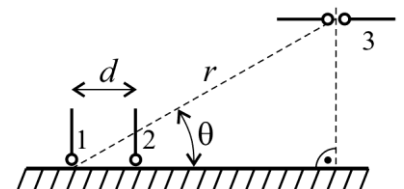
6. Примопредајни систем чине две идентичне антене у вакууму, на растојање $r = 250 \text{ m}$, оријентисане у простору тако да су им поларизације усклађене и пренос снаге између њих максималан. На предајну антену доводи се снага $P_a = 270 \text{ mW}$ из генератора простопериодичне струје учестаности $f = 28 \text{ GHz}$. Ако је за исправан рад система потребно да снага коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику буде најмање $P_{\min} = 5 \text{ nW}$, израчунати у ком опсегу треба да буде појачање антена у децибелима.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , само по запремини, приказаној на слици, у сферном координатном систему ограниченој координатним површима $r = a$, $r = b$ и $\theta = \pi/6$, где су a и b познате константе. Вектор густине струје дат је изразом у сферном координатном систему $\mathbf{J}(r, \theta, \phi, t) = \sqrt{2} J_0 \frac{r}{3b} \cos(\omega t) \mathbf{i}_r$, где је J_0 позната константа, $a \leq r \leq b$, $0 \leq \theta \leq \pi/6$ и $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Одредити комплексне представнике (а) расподеле наелектрисања датог тела и (б) вектора јачине електричног поља у тачки O , које потиче од вишка површинских наелектрисања.



2. Два четвртталасна монопола (1 и 2) монтирана су вертикално на равној површи бесконачне савршено проводне земље. Монополи су на међусобном растојању $d = 0,3 \text{ m}$ и напајају се простопериодичним струјама учестаности $f = 450 \text{ MHz}$ и ефективних вредности $I = 2,5 \text{ A}$, а струја монопола 2 фазно предњачи струји монопола 1 за $\Delta\Psi$. Пријемни полуталасни дипол (3) постављен је хоризонтално, као на слици, при чему је $r = 800 \text{ m}$ и $\theta = 25^\circ$. (а) Полазећи од израза за далеко поље монопола, одредити израз за ефективну вредност резултантног електричног поља на месту пријемног дипола. (б) Израчунати $\Delta\Psi$ тако да ефективна вредност електромоторне силе индуковане у пријемном диполу буде максимална, као и ту ефективну вредност, ε_{ind} .



Напомена: У сферном координатном систему је:

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 9. СЕПТЕМБРА 2020. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$. (б) $\Delta \mathbf{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$.

2. (a) $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c_0})}{R} dv$, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c_0})}{R} dv$, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$.

(б) $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\text{grad } V(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$.

3. (a) $E_{\max} = 2\sqrt{5} \text{ V/m}$ и (б) $E_{\text{eff}} = \sqrt{10}$. (в) Вектор је линијски поларизован, јер је $E_{\max}/E_{\text{eff}} = \sqrt{2}$.

4. $P_{\max} = \frac{1}{120\Omega} a^2 E_{\text{kr}}^2 \sqrt{\varepsilon_r} \ln \frac{b}{a}$.

5. $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + \frac{R}{R+Z_c} E, & t \geq 2\tau \end{cases}$,

$u(t = 4,5 \text{ ns}) = 1,5 \text{ V}$.

6. $G(\text{dB}) \geq 16 \text{ dBi}$ ($G \geq 39,9$).

ЗАДАЦИ

1. (a) $\rho_0 = j \frac{J_0}{\omega b}$ по запремини, $\rho_{s1} = -j \frac{J_0}{3\omega}$ по површи $r = b$, $\rho_{s2} = j \frac{J_0 a}{3\omega b}$ по површи $r = a$ и $\rho_{s3} = 0$ по површи $\theta = \pi/6$.

(б) $\underline{\mathbf{E}}_{q1} = +j \frac{J_0}{48\varepsilon_0 \omega} (1 + j\beta b) e^{-j\beta b} \mathbf{i}_z$, $\underline{\mathbf{E}}_{q2} = -j \frac{J_0 a}{48\varepsilon_0 \omega b} (1 + j\beta a) e^{-j\beta a} \mathbf{i}_z$, $\underline{\mathbf{E}}_q = \underline{\mathbf{E}}_{q1} + \underline{\mathbf{E}}_{q2}$.

2. (a) $E_{\text{rez}} = \frac{Z_0}{\pi} I \frac{F_1}{r} \left| \cos \frac{\beta d \cos \theta + \Delta \Psi}{2} \right|$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$, $F_1 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta}$.

(б) $\Delta \Psi = -2,562\pi \pm 2\pi k$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $\varepsilon_{\text{ind}} \approx 24 \text{ mV}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 16. СЕПТЕМБРА У 23.59 ЧАСОВА НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 17. СЕПТЕМБРА ОД 14.30 ДО 15.00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика