

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

8. фебруар 2021.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља.

(а)	(б)
-----	-----

2. Написати математички исказ Поинтингове теореме у домену v , ограниченом површи S и објаснити значење сваког члана. Домен је испуњен савршеним линеарним хомогеним диелектриком пермитивности ϵ и пермеабилности μ , а у свакој тачки домена познат је вектор побудних струја \mathbf{J}_i

3. Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности f , простире се у вакууму у смеру $+z$ -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност E_0 , лево је поларизован и у тренутку $t=0$, у координатном почетку, лежи на $+y$ -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине магнетског поља овог таласа.

4. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника $a=0,14\text{ mm}$ и спољашњег полупречника $b=0,5\text{ mm}$, испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности $\epsilon_r=2,25$, а проводници су му пермеабилности μ_0 и специфичне проводности $\sigma=57\text{ MS/m}$. Израчунати колико пута опадне снага ТЕМ таласа, учестаности $f=60\text{ GHz}$, при простирању кроз део оваквог коаксијалног вода дужине $d=750\text{ mm}$.

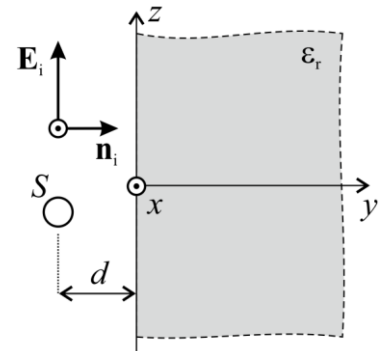
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 5 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључен отпорник отпорности $R = 75 \Omega$. Одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 3,5 \text{ ns}$.

6. (а) Написати дефинициони израз за појачање антене. (б) Полазећи од претходног израза и коришћењем општег израза за вектор јачине електричног поља антене у зони зрачења, извести израз за рачунање појачања антене, у функцији карактеристичне функције зрачења и отпорности антене, у односу на изотропни радијатор.

(а)	(б)
-----	-----

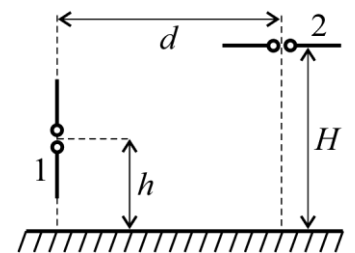
ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља $E = 0,8 \text{ V}$ и учестаности $f = 890 \text{ MHz}$, наилази из вакуума нормално на бесконачну равну раздвојну површ са савршеним хомогеним диелектриком, релативне пермитивности $\epsilon_r = 3$ и пермеабилности μ_0 . Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i = \mathbf{i}_y$, а његов вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i паралелан је z -оси Декартовог координатног система, као на слици. Електрички мала контура површине $S = 2,7 \text{ cm}^2$ лежи у вакууму, у yz -равни, на растојању d од раздвојне површи.



(а) Полазећи од граничних услова, одредити изразе за комплексне векторе јачине електричног и магнетског поља у вакууму (у координатном систему са слике). (б) Одредити све могуће вредности $d > 0$ за које је ефективна вредност електромоторне силе индуковане у контури максимална и израчунати најмању од њих. (в) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури за d израчунато у претходној тачки.

2. Предајни полуталасни дипол (1) постављен је вертикално, на висини $h = 1,8 \text{ m}$ изнад савршено проводне равни. На хоризонталном растојању $d = 1095 \text{ m}$ од предајног дипола и на висини $H = 830 \text{ m}$ изнад савршено проводне равни налази се хоризонтални пријемни полуталасни дипол (2), као на слици. Предајни дипол 1 се напаја простопериодичном струјом учестаности $f = 2,4 \text{ GHz}$ и ефективне вредности $I = 45 \text{ mA}$. (а) Одредити израз за ефективну вредност електричног поља на месту пријемног дипола 2 и израчунати је. (б) Одредити израз за ефективну вредност електромоторне силе која се индукује у пријемном диполу 2 и израчунати је. Околна средина је ваздух. (Користити услов $H, d \gg h$. На слици скицирати све величине коришћене у изради задатка, а за векторе јасно назначити и правац и смер.)



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 8. ФЕБРУАРА 2021. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$. (б) $\Delta \mathbf{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$.

2.
$$\int_V \underbrace{-\mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}}_{\text{Снага извора у домену}} dv = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \underbrace{\left(\frac{1}{2} \varepsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right)}_{\text{Брзина промене ЕМ енергије у домену}} dv + \underbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Брзина размене ЕМ енергије са околином}} .$$

3. $\mathbf{H} = \frac{\sqrt{2} E_0}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} (-\mathbf{i}_x - \mathbf{j}_y) e^{-j\beta z}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

4. Снага опадне приближно 4 пута (односно за 6 dB).

5.
$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5 E h(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5 E h(t) - 0,5 E h(t - 2\tau) + \frac{R}{R + Z_c} E, & t \geq 2\tau \end{cases} ,$$

$u(t = 3,5 \text{ ns}) = 3 \text{ V}$.

6. (a) $G = \frac{4\pi I_{pr}}{P_a}$. (б) $G = \frac{4\pi r^2 E^2 / Z_0}{R_a I^2} = \frac{Z_0 F^2}{\pi R_a}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\mathbf{E}_0 = E e^{-j\beta_0 y} \left(1 + \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{j2\beta_0 y} \right) \mathbf{i}_z$, $\mathbf{H}_0 = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta_0 y} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{j2\beta_0 y} \right) \mathbf{i}_x$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$.

(б) $d_k = k \frac{\pi}{\beta_0}$, $k = 1, 2, \dots$, $d_1 = \frac{\pi}{\beta_0} = 168,5 \text{ mm}$. (в) $\varepsilon(d_1) = 2\pi f \mu_0 \frac{E}{Z_0} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} \right) S = 5,1 \text{ mV}$.

2. (a) $E_2 \approx \frac{120 \Omega}{r} I \left| \cos(2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} h \cos \theta) \right| \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} = 1,05 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$, где је $r = \sqrt{d^2 + (H - h)^2}$ и $\theta = \arcsin \frac{d}{r}$.

(б) $\varepsilon_2 = \frac{1}{\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} E_2 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta} = 21,65 \mu\text{V}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 12. ФЕБРУАРА У 18.15 ЧАСОВА НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 12. ФЕБРУАРА ОД 18.15 ДО 18.45 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика