

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

7. јун 2021.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

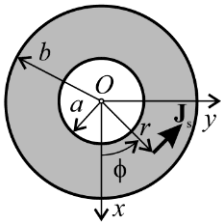
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

**1.** (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља.

(а)	(б)
-----	-----

**2.** У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи кружног прстена, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом  $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2}J_{s0} \cos \phi \cos(\omega t) \mathbf{i}_\phi$ , где су  $J_{s0}$  и  $\omega$  константе. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу наелектрисања исечка.



**3.** Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности  $f$ , простире се у вакууму у смеру  $+z$ -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност  $E_0$ , десно је поларизован и у тренутку  $t=0$ , у координатном почетку, лежи на  $+x$ -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине електричног поља овог таласа.

**4.** Коаксијални вод, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности  $\epsilon_r$ , а проводници су му пермеабилности  $\mu_0$  и специфичне проводности  $\sigma$ . Полазећи од израза за коефицијент слабљења при малим губицима, израчунати при ком ће односу спољашњег и унутрашњег полупречника  $b/a$ , за задато  $b$ , тај коефицијент слабљења бити минималан.

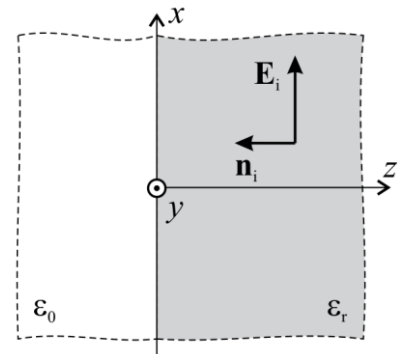
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе  $Z_c = 50 \Omega$  и времена простирања кроз вод  $\tau = 1 \text{ ns}$ , прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде  $E = 8 \text{ V}$ , док је на излаз вода прикључен калем индуктивности  $L = 250 \text{ nH}$ . Одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку  $t = 4,5 \text{ ns}$ .

6. (а) Написати дефинициони израз за појачање антене. (б) Полазећи од претходног израза и коришћењем општег израза за вектор јачине електричног поља антене у зони зрачења, извести израз за рачунање појачања антене, у функцији карактеристичне функције зрачења и отпорности антене, у односу на изотропни радијатор.

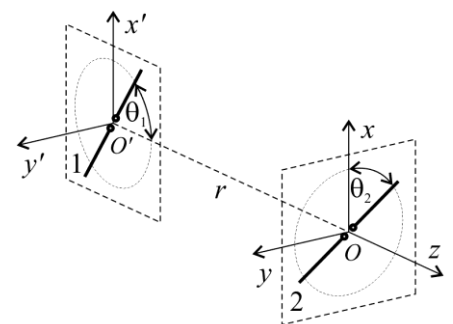
(а)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља  $E$  и учестаности  $f = 850 \text{ MHz}$ , наилази из савршеног хомогеног диелектрика, релативне пермитивности  $\epsilon_r = 3,5$  и пермеабилности  $\mu_0$ , нормално на бесконачну равну раздвојну површ са вакуумом. Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта  $\mathbf{n}_i = -\mathbf{i}_z$ , а његов вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}_i$  паралелан је  $x$ -оси Декартовог координатног система, као на слици. (а) Полазећи од граничних услова, одредити изразе за комплексне векторе јачине резултантног електричног и магнетског поља у диелектрику (у координатном систему са слике). (б) Израчунати координате свих тачака у којима је ефективна вредност резултантног електричног поља у диелектрику максимална. (в) Израчунати коефицијент стојећег таласа у диелектрику.



2. Примопредајни антенски систем чине два полуталасна дипола, у вакууму, чији су центри на растојању  $r = 550 \text{ m}$ . Предајни дипол 1 лежи у  $xz$ -равни Декартовог координатног система и са  $z$ -осом заклапа угао  $\theta_1 = 50^\circ$ . Пријемни дипол 2 лежи у  $xy$ -равни Декартовог координатног система и са  $x$ -осом заклапа угао  $\theta_2 = 35^\circ$ , као на слици. Дипол 1 напаја се простопериодичном струјом учестаности  $f = 2,4 \text{ GHz}$  и ефективне вредности  $I = 0,3 \text{ A}$ . (а) Усвојити референтни смер и почетни фазни став струје дипола 1 и одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља које дипол 1 ствара у центру дипола 2 (тачки  $O$ ),  $\mathbf{E}_1$ . (б) Усвојити референтни смер емс индукване у диполу 2 и одредити израз за карактеристичну функцију зрачења (реч је о вектору) дипола 2 у смеру дипола 1,  $\mathbf{F}_2$ . (в) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индукване у диполу 2.



**Напомена:** у цилиндричном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 7. ЈУНА 2021. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ . (б)  $\Delta \mathbf{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$ .

2.  $\rho_s = -j \frac{J_{s0}}{\omega} \sin \phi \frac{1}{r}$ .

3.  $\mathbf{E} = \frac{\sqrt{2}E_0}{2} (\mathbf{i}_x - j\mathbf{i}_y) e^{-j\beta z}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ .

4.  $\frac{b}{a} \approx 3,591$ .

5. 
$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + Ee^{-\frac{t-2\tau}{L/Z_c}}, & t \geq 2\tau \end{cases},$$

$u(t = 4,5 \text{ ns}) = 4,85 \text{ V}$ .

6. (a)  $G = \frac{4\pi I_{zr}}{P_a}$ . (б)  $G = \frac{4\pi r^2 E^2 / Z_0}{R_a I^2} = \frac{Z_0 F^2}{\pi R_a}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\mathbf{E}_d = E e^{j\beta z} \left( 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} e^{-j2\beta z} \right) \mathbf{i}_x$ ,  $\mathbf{H}_d = -\frac{E}{Z} e^{j\beta z} \left( 1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} e^{j2\beta z} \right) \mathbf{i}_y$ ,  $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r}$ . (б) у равнинама  $z_k = k \cdot 94,327 \text{ mm}$ ,  $k = 1, 2, \dots$ . (в)  $SWR = 1,871$ .

2. (a)  $\mathbf{E}_1 = j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} I \frac{e^{-j2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} r} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_1\right)}{r \sin \theta_1} \mathbf{i}_x$ , за референтни смер струје ка индексу 1 и почетни фазни став струје нула.

(б)  $\mathbf{F}_2 = \cos \theta_2 \mathbf{i}_x - \sin \theta_2 \mathbf{i}_y$ , за референтни смер емс ка индексу 2.

(в)  $\varepsilon_2 = \frac{1}{\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} I \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_1\right)}{r \sin \theta_1} \cos \theta_2 = 740,28 \mu\text{V}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 14. ЈУНА У 21.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 15. ЈУНА ОД 18.00 ДО 18.30 У СОБИ 63.

Са предмета Електромагнетика