

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

6. јун 2022.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

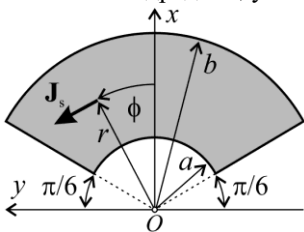
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине магнетског поља.

(а)	(б)
-----	-----

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи исечка кружног прстена, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом $\mathbf{J}_s(r, \varphi, t) = \sqrt{2}J_{s0}(\cos^2 \varphi - 0,25)\cos(\omega t + \omega r\sqrt{\epsilon_0\mu_0})\mathbf{i}_\varphi$, $a \leq r \leq b$, $-\pi/3 \leq \varphi \leq \pi/3$, где су J_{s0} и ω познате константе. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу наелектрисања исечка.

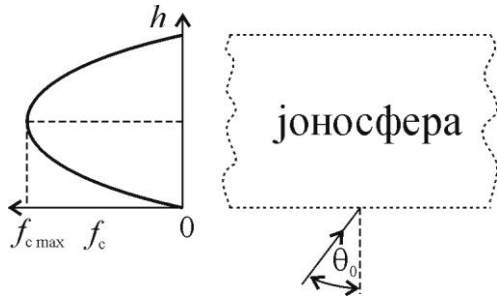


3. Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности f , простире се у вакууму у смеру $+x$ -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност E_0 , лево је поларизован и у тренутку $t = 0$, у координатном почетку, лежи на $+y$ -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине електричног поља овог таласа.

4. Коаксијални вод, задатог спољашњег полупречника b , начињен је од доброг проводника и испуњен је савршеним диелектриком. Полазећи од израза за коефицијент слабљења при малим губицима, одредити однос полупречника проводника вода тако да коефицијент слабљења буде минималан.

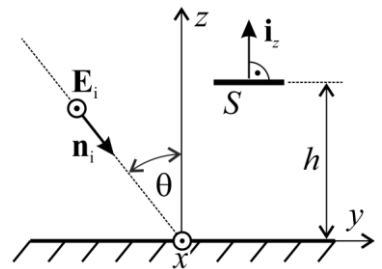
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 5 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључен кондензатор капацитивности $C = 100 \text{ pF}$. Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 4,5 \text{ ns}$.

6. Полазећи од Снеловог закона, објаснити простирање таласа кроз јоносферу, чија је критична учестаност параболична функција висине, а у зависности од учестаности таласа f и упадног угла θ_0 (видети слику).

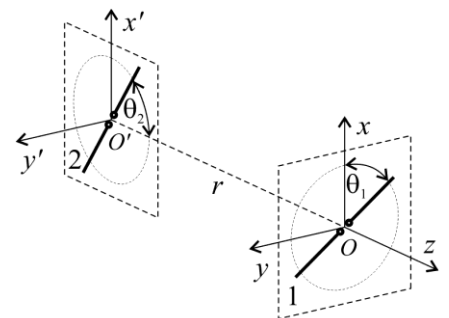


ЗАДАЦИ

1. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован TEM талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простира се у вакууму у правцу и смеру орта \mathbf{n}_i и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом θ у односу на нормалу на раван. У вакууму је постављена електрички мала контура површине S , тако да јој је центар на висини h изнад равни. Вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i има само x -компоненту, вектор \mathbf{n}_i лежи у yz -равни, површ контуре нормална је на z -осу, а проводна раван лежи у xy -равни Декартовог координатног система, као на слици. Одредити, у координатном систему са слике, комплексне векторе (а) резултантног електричног и магнетског поља изнад савршено проводне равни и (б) густине струје на савршено проводној равни (произвољно усвојити почетну фазу поља). Одредити (в) израз за ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури и (г) висину h тако да та ефективна вредност буде максимална.



2. Примопредајни антенски систем чине два полуталасна дипола, у вакууму, чији су центри на растојању $r = 470 \text{ m}$. Предајни дипол 1 лежи у xy -равни Декартовог координатног система и са x -осом заклапа угао $\theta_1 = 35^\circ$. Пријемни дипол 2 лежи у xz -равни Декартовог координатног система и са z -осом заклапа угао $\theta_2 = 55^\circ$, као на слици. Дипол 1 напаја се простопериодичном струјом учестаности $f = 5 \text{ GHz}$ и ефективне вредности $I = 0,3 \text{ A}$. (а) Усвојити референтни смер и почетни фазни став струје дипола 1 и одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља које дипол 1 ствара у центру дипола 2 (тачки O'), \mathbf{E}_1 . (б) Усвојити референтни смер емс индуковане у диполу 2 и одредити израз за карактеристичну функцију зрачења (реч је о вектору) дипола 2 у смеру дипола 1, \mathbf{F}_2 . (в) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у диполу 2. (г) Сматрајући да су диполи без губитака, израчунати расположиву снагу дипола 2 (максималну снагу коју дипол 2 може да преда пријемнику).



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 6. ЈУНА 2022. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$. (б) $\Delta \mathbf{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$.

2. $\underline{\rho}_s = -j \frac{J_{s0}}{\omega} \sin(2\varphi) \frac{e^{j\beta r}}{r}$.

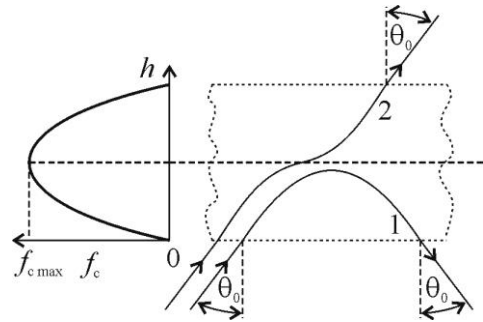
3. $\underline{\mathbf{E}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\mathbf{i}_y + j\mathbf{i}_z) e^{-j\beta x}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

4. $\frac{b}{a} \approx 3,59$.

5. $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + E \left(1 - e^{-\frac{t-2\tau}{Z_0 C}} \right), & t \geq 2\tau \end{cases}$,

$u(t = 4,5 \text{ ns}) = 1,967 \text{ V}$.

6. При уласку у јоносферу талас се повија ка нормали. Ако је на било којој висини испуњен услов $f_c = f \cos \theta_0$, талас се повија надоле (пре достизања висине на којој је $f_c = f_{c \max}$) и излази под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 1). У противном, ако важи $f_{c \max} < f \cos \theta_0$, талас се након достизања висине на којој је $f_c = f_{c \max}$ повија ка нормали, пролази кроз јоносферу и напушта је под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 2).



ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = j2E \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = -2 \frac{E}{Z_0} \cos \theta \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_y - j2 \frac{E}{Z_0} \sin \theta \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_z$,

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$. (б) $\underline{\mathbf{J}}_s = 2 \frac{E}{Z_0} \cos \theta e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$. (в) $\varepsilon = 2\beta E \sin \theta |\sin(\beta h \cos \theta)| S$. (г) $h_k = (2k+1) \frac{\pi}{2\beta \cos \theta}$, $k = 0, 1, \dots$

2. (a) $\underline{\mathbf{E}}_1 = j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} I \frac{e^{-j2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} r}}{r} (\cos \theta_1 \mathbf{i}_x - \sin \theta_1 \mathbf{i}_y)$, за референтни смер струје ка индексу 1 и почетни фазни став струје

нула. (б) $\underline{\mathbf{E}}_2 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_2\right)}{\sin \theta_2} \mathbf{i}_x$, за референтни смер емс ка индексу 2.

(в) $\varepsilon_2 = \frac{1}{\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} I \cos \theta_1 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_2\right)}{\sin \theta_2} = 453,9 \mu\text{V}$. (г) $P_a = \frac{\varepsilon_2^2}{4 \cdot 73 \Omega} = 705,6 \text{ pW}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 13. ЈУНА У 23.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 14. ЈУНА ОД 18.00 ДО 18.30 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.