

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

22. август 2022.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. У свакој тачки домена v' у вакууму, у којем постоји брзопроменљиво електромагнетско поље, познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r}', t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$, где је \mathbf{r}' вектор положаја посматране тачке. У тачки са вектором положаја \mathbf{r} написати изразе за (а) електрични скалар-потенцијал $V(\mathbf{r}, t)$ и (б) магнетски вектор-потенцијал $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$.

(а)	(б)
-----	-----

2. (а) Написати математички исказ Поинтингове теореме у домену v , ограниченом површи S и објаснити значење сваког члана. Домен је испуњен линеарним хомогеним диелектриком пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ , а у свакој тачки домена познат је вектор побудних струја \mathbf{J}_i . (б) Претходни израз написати за случај домена без губитака.

(а)	(б)
-----	-----

3. Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности f , простире се у вакууму у смеру $+x$ -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност E_0 , лево је поларизован и у тренутку $t=0$, у координатном почетку, лежи на $+y$ -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине магнетског поља овог таласа.

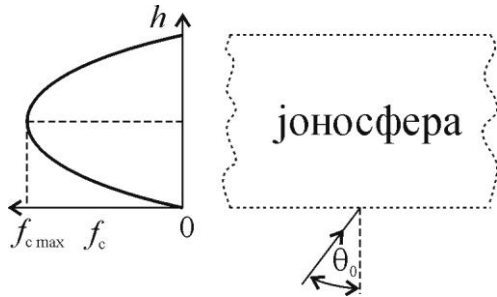
--

4. Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, учестаности f , простире се у линеарном хомогеном материјалу специфичне проводности σ , пермеабилности μ_0 и пермитивности ϵ . Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања, извести изразе за коефицијент слабења и фазни коефицијент у случају када је материјал добар проводник.

--

5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 5 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључен калем индуктивности $L = 400 \text{ nH}$. Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 3,5 \text{ ns}$.

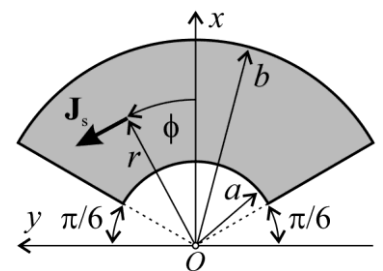
6. Полазећи од Снеловог закона, објаснити простирање таласа кроз јоносферу, чија је критична учестаност параболична функција висине, а у зависности од учестаности таласа f и упадног угла θ_0 (видети слику).



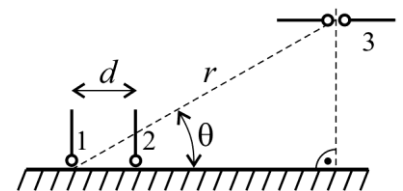
ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи исечка кружног прстена, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2} J_{s0} \left(\cos \phi - \frac{1}{2} \right) \cos(\omega t + \omega r \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}) \mathbf{i}_\phi$, $a \leq r \leq b$, $-\pi/3 \leq \phi \leq \pi/3$,

где су J_{s0} и ω познате константе. Одредити, у комплексном облику, изразе за (а) расподелу наелектрисања исечка, (б) вектор јачине електричног поља у тачки O , и (в) вектор магнетске индукције у тачки O .



2. Два четвртталасна монопола (1 и 2) монтирана су вертикално на равној површи бесконачне савршено проводне земље. Монополи су на међусобном растојању $d = 0,3 \text{ m}$ и напајају се простопериодичним струјама учестаности $f = 450 \text{ MHz}$ и ефективних вредности $I = 2,5 \text{ A}$, а струја монопола 2 фазно предњачи струји монопола 1 за $\Delta\Psi$. Пријемни полуталасни дипол (3) постављен је хоризонтално, као на слици, при чему је $r = 850 \text{ m}$ и $\theta = 40^\circ$. (а) Полазећи од израза за далеко поље монопола, одредити израз за ефективну вредност резултантног електричног поља на месту пријемног дипола. (б) Израчунати $\Delta\Psi$ тако да ефективна вредност електромоторне силе индуковане у пријемном диполу буде максимална, као и ту ефективну вредност, ϵ_{ind} .



Напомена: у цилиндричном координатном систему је: $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 22. АВГУСТА 2022. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \sqrt{\epsilon_0\mu_0} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$. (б) $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - \sqrt{\epsilon_0\mu_0} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$.

2. (a) $\int_V -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} dv = \int_V \sigma |\mathbf{E}|^2 dv + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv + \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}$.

(б) $\int_V -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} dv = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv + \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}$.

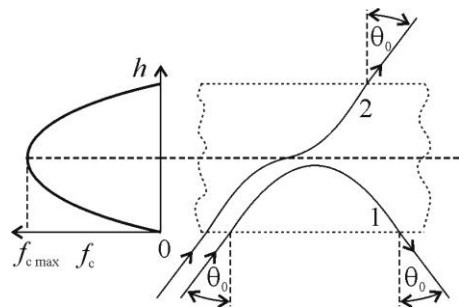
3. $\underline{\mathbf{H}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\mathbf{i}_z - j\mathbf{i}_y) e^{-j\beta x}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\epsilon_0\mu_0}$.

4. $\alpha = \beta = \sqrt{\pi\mu_0\sigma f}$.

5. $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + Ee^{-\frac{t-2\tau}{L/Z_c}}, & t \geq 2\tau \end{cases}$,

$u(t = 3,5 \text{ ns}) = 4,145 \text{ V}$.

6. При уласку у јоносферу талас се повија ка нормали. Ако је на било којој висини испуњен услов $f_c = f \cos\theta_0$, талас се повија надоле (пре достигања висине на којој је $f_c = f_{c\text{max}}$) и излази под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 1). У противном, ако важи $f_{c\text{max}} < f \cos\theta_0$, талас се након достигања висине на којој је $f_c = f_{c\text{max}}$ повија ка нормали, пролази кроз јоносферу и напушта је под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 2).



ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\rho}_s = -j \frac{J_{s0}}{\omega} \sin\phi \frac{e^{j\beta r}}{r}$, $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0\mu_0}$. (б) $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}_q - j\omega \underline{\mathbf{A}}$, $\underline{\mathbf{E}}_q = j \frac{J_{s0}}{4\pi\epsilon_0\omega} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + j\beta \ln \frac{b}{a} \right) \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \mathbf{i}_y$,

$\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0 J_{s0}}{4\pi} (b-a) \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \mathbf{i}_y$. (в) $\underline{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 J_{s0}}{4\pi} \left(\ln \frac{b}{a} + j\beta(b-a) \right) \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right) \mathbf{i}_z$.

2. (a) $E_{\text{rez}} = \frac{Z_0}{\pi} I \frac{F_1}{r} \left| \cos \frac{\beta d \cos\theta + \Delta\Psi}{2} \right|$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0\epsilon_0}$, $F_1 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin\theta\right)}{\cos\theta}$.

(б) $\Delta\Psi = -0,689\pi \pm 2\pi k$, $k = 0,1,2,\dots$, $\epsilon_{\text{ind}} \approx 29 \text{ mV}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 29. АВГУСТА У 23.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 30. АВГУСТА ОД 18.00 ДО 18.30 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.