

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

22. септембар 2023.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

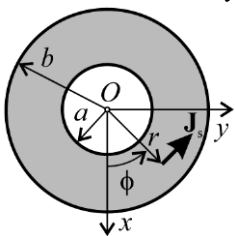
Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број		Презиме и име									
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Полазећи од интегралног израза за комплексни представник магнетског вектор-потенцијала у тачки са вектором положаја \mathbf{r} , $\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{r})$, у вакууму, у брзопроменљивом електромагнетском пољу простопериодичних запреминских струја учестаности f и комплексног представника $\underline{\mathbf{J}}(\mathbf{r})$ и везе између $\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{r})$ и одговарајућег комплексног вектора магнетске индукције $\underline{\mathbf{B}}(\mathbf{r})$, извести интегрални израз за $\underline{\mathbf{B}}(\mathbf{r})$. Нацртати слику и означити потребне величине.

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи кружног прстена, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2}J_{s0}(r/a)^2(\sin\phi)^2\cos(\omega t)\mathbf{i}_\phi$, где су J_{s0} и ω константе и $a \leq r \leq b$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу наелектрисања кружног прстена.



3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног електромагнетског таласа дат је изразом $\underline{\mathbf{E}} = E_0(\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y) + jE_0(\mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z)$, где је E_0 реална константа. За овај вектор одредити: (а) ефективну вредност, (б) минимални интензитет и (в) максимални интензитет. (г) Како је овај вектор поларизован? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)	(г)

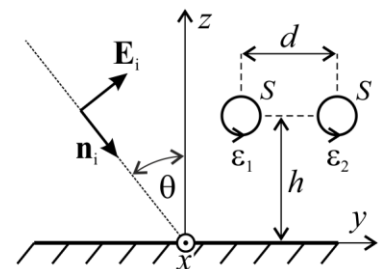
4. Коаксијални вод, задатог спољашњег полупречника b , начињен је од доброг проводника и испуњен је савршеним диелектриком. Полазећи од израза за коефицијент слабљења при малим губицима, одредити однос полупречника проводника вода тако да коефицијент слабљења буде минималан.

5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 5 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључена редна веза калема индуктивности $L = 400 \text{ nH}$ и отпорника отпорности $R = 150 \Omega$. Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 3,5 \text{ ns}$.

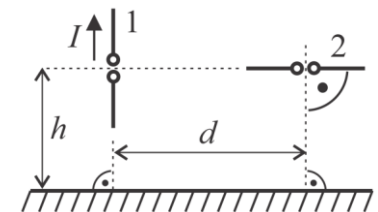
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене у слободном простору, на међусобном растојању $d = 1350 \text{ m}$, оријентисане тако да је пренос снаге између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 60 \text{ GHz}$, снагом $P = 3,5 \text{ W}$, израчунати појачање ових антена при којем пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику снагу $P_{pr} = 120 \text{ pW}$.

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простире се у вакууму у правцу и смеру орта \mathbf{n}_i и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом $\theta = 35^\circ$ у односу на нормалу на раван. Вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i и вектор \mathbf{n}_i паралелни су yz -равни, а проводна раван лежи у xz -равни Декартовог координатног система, као на слици. У вакууму су постављене две контуре, површине $S = 8 \text{ cm}^2$, које леже у yz -равни тако да су им центри на међусобном растојању $d = 1,3 \text{ m}$ и на висини $h = 2,2 \text{ m}$ изнад проводне равни. (а) Одредити комплексни вектор јачине резултантног магнетског поља изнад проводне равни. Ако су познате комплексне индуковане електромоторне силе у контурама (у односу на референтне смерове приказане на слици), $\underline{\varepsilon}_1 = 40 \mu\text{V}$ и $\underline{\varepsilon}_2 = -20(1 + j\sqrt{3}) \mu\text{V}$, (б) одредити све могуће вредности учестаности f и (в) израчунати ефективну вредност електричног поља E за најмању од тих учестаности. Сматрати да су контуре електрички мале.



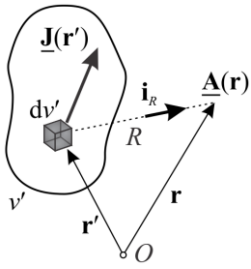
2. Предајни полуталасни дипол (антена 1) постављен је вертикално изнад савршено проводне равни, на висини $h = 5 \text{ m}$ и напаја се простопериодичном струјом ефективне вредности $I = 25 \text{ mA}$ и учестаности $f = 2,4 \text{ GHz}$. Пријемни полуталасни дипол (антена 2) постављен је хоризонтално на истој висини и на растојању $d = 15 \text{ m}$ од предајног дипола. Израчунати (а) ефективну вредности јачине електричног поља на месту пријемног дипола, (б) ефективну вредност емс која се индукује у пријемном диполу и (в) средњу снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 22. СЕПТЕМБРА 2023. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА



1.
$$\underline{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\underline{\mathbf{J}}(\mathbf{r}') \times \mathbf{i}_R (1 + j\beta R) e^{-j\beta R} dv'}{R^2}, \quad R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \quad \beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}.$$

2.
$$\underline{\rho}_s = j \frac{J_{s0}}{\omega a^2} r \sin 2\phi.$$

3. a) $E = 2E_0$. (б) $E_{\min} = \sqrt{2}E_0$. (в) $E_{\max} = \sqrt{6}E_0$. (г) Вектор је елиптички поларизован ($E_{\max} > E_{\min} > 0$).

4. $\frac{b}{a} \approx 3,59$.

5.
$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t - 2\tau) + \frac{R}{R + Z_c} E + \frac{Z_c}{R + Z_c} E e^{-\frac{t-2\tau}{R+Z_c}}, & t \geq 2\tau \end{cases}, \quad u(t = 3,5 \text{ ns}) = 4,34 \text{ V}.$$

6. $G = 19,87$ (13 dBi).

ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2 \frac{E}{Z_0} \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$. (б) $f_k = \left(k + \frac{1}{3}\right) \frac{1}{d \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sin \theta}$, $k = 0, 1, 2, \dots$

(в) $E \approx 26 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$.

2. (а) $E_2 = 123,6 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$. (б) $\epsilon_{\text{ind2}} = 1,2 \text{ mV}$. (в) $P_2 = 4,96 \text{ nW}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 25. СЕПТЕМБРА У 15.30 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 25. СЕПТЕМБРА ОД 15.30 ДО 16.00 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика