ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ, ОС, ИР)

17. јануар 2010.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

<table>
<tr><td colspan="10">ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)</td><td>КОЛОКВИЈУМ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Индекс
година/број</td><td colspan="8">Презиме и име</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">/</td><td colspan="8"></td><td>ИСПИТ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7">ПИТАЊА</td><td colspan="3">ЗАДАЦИ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>Укупно</td><td>1.</td><td>2.</td><td>Укупно</td><td>УКУПНО ПОЕНА</td><td>ОЦЕНА</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

ПИТАЊА

1. Вектор електростатичког поља је дат изразом $\mathbf{E}(x,y,z)=\dfrac{E_0}{a^2}\left(yz\,\mathbf{i}_x+xz\,\mathbf{i}_y+xy\,\mathbf{i}_z\right)$, где су E_0 и a константе. Одредити (а) израз за електростатички потенцијал $V(x,y,z)$ уколико је $V(0,0,0)=0$ и (б) разлику потенцијала тачака $A(a,a,2a)$ и $B(2a,a,a)$.

(а)
(б)

2. У бесконачно дугачком цилиндру од феромагнетика, кружног попречног пресека полупречника a, постоји заостала магнетизација. Вектор магнетизације је дат изразом $\mathbf{M}=M_0\dfrac{r}{a}\mathbf{i}_\phi$, где је M_0 константа и r одстојање од осе цилиндра. Одредити расподелу Амперових струја.

3. У кружној контури полупречника a постоји споропроменљива струја $i(t)$. Контура се налази у вакууму. (а) Скицирати линије индукованог електричног поља у равни контуре у једном тренутку времена. (б) Одредити вектор индукованог електричног поља у центру контуре.

(а)	(б)

4. Израчунати учестаност на којој је дубина продирања код површинског (скин) ефекта $\delta = 1\,\mathrm{mm}$, у материјалу специфичне проводности $\sigma = 5\,\mathrm{S/m}$ и пермеабилности μ_0.

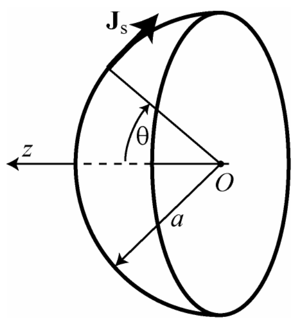
5. Комплексни вектор електричног поља дат је изразом $\underline{\mathbf{E}} = \left(2\,\mathbf{i}_x + \underline{K}\,\mathbf{i}_z\right)\mu\mathrm{V/m}$. (а) Каква треба да буде комплексна константа $\underline{K}$ тако да вектор $\mathbf{E}$ буде линијски поларизован? (б) За $\underline{K}$ одређено у претходној тачки одредити ефективну вредност електричног поља.

(а)	(б)

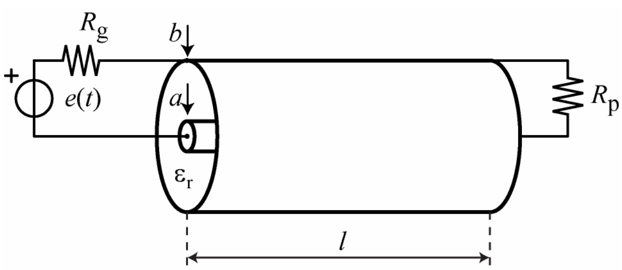
6. Пријемна антена налази се у ваздуху у пољу прогресивног равног ТЕМ таласа, чији је интензитет Поинтинговог вектора $5\,\mu\mathrm{W/m^2}$, на учестаности $f = 2\,\mathrm{GHz}$. Антена има појачање $g = 10\,\mathrm{dBi}$. Израчунати максималну снагу коју пријемна антена може да преда прилагођеном пријемнику.

ЗАДАЦИ

1. На слици је приказана љуска у обилку полусфере полупречника a, у вакууму, на чијој површи постоје површинске брзопромењиве струје угаоне учестаности ω. Комплексни вектор густине струја је дат изразом $\underline{\mathbf{J}}_\mathrm{s} = \underline{J}_{\mathrm{s}0}\sin(2\theta)\,\mathbf{i}_\theta$, где је $\underline{J}_{\mathrm{s}0}$ комплексна константа и $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$. Одредити (а) расподелу површинских наелектрисања на љусци и (б) вектор индукованог електричног поља у тачки O.



2. На слици је приказан коаксијални вод дужине $l = 150\,\mathrm{mm}$, испуњен диелектриком релативне пермитивности $\varepsilon_\mathrm{r} = 4$ и односа спољашњег и унутрашњег полупречника $\frac{b}{a} = \mathrm{e}^{\frac{5}{3}}$. На једном крају вода је прикључен импулсни напонски генератор облика правоугаоног импулса трајања $T = 0{,}5\,\mathrm{ns}$, максималне вредности $U_\mathrm{max} = 1\,\mathrm{V}$ и минималне вредности $U_\mathrm{min} = 0$. Унутрашња отпорност генератора је $R_\mathrm{g} = 150\,\Omega$. На другом крају вода прикључен је потрошач отпорности $R_\mathrm{p} = \frac{50}{3}\,\Omega$. Израчунати и скицирати напоне на почетку и крају вода за првих 6 ns од почетка импулса напонског генератора.



Напомена: дивергенција у сферном координатном систему је $\operatorname{div}\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(A_r r^2\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(A_\theta\sin\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$, а ротор у цилиндричном координатном систему је $\operatorname{rot}\mathbf{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial\phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right)\mathbf{i}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(A_\phi r\right) - \frac{\partial A_r}{\partial\phi}\right)\mathbf{i}_z$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ, ОС, ИР), ОДРЖАНОГ 17. ЈАНУАРА 2010. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $V(x, y, z) = -\dfrac{E_0}{a^2} xyz$. (б) $V_A - V_B = 0$.

2. $\mathbf{J}_{\mathrm{A}} = 2\dfrac{M_0}{a}\mathbf{i}_z$, $\mathbf{J}_{\mathrm{sA}} = -M_0\,\mathbf{i}_z$.

3. (а) Линије индукованог електричног поља су кружнице чији се центар поклапа са центром контуре. (б) Индуковано електрично поља у центру контуре је нула.

4. $f \approx 50{,}7\ \mathrm{GHz}$.

5. (а) $\underline{K} = a + \mathrm{j}0$, $a \in R$. (б) $E = \sqrt{4 + |K|^2}\ \mu\mathrm{V/m}$.

6. $P_0 \approx 89{,}5\ \mathrm{nW}$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\rho}_{\mathrm{s}} = \dfrac{\mathrm{j}J_{\mathrm{s0}}}{\omega a}(3\cos(2\theta) + 1)$. (б) $\mathbf{E}_{\mathrm{ind}}(O) = \mathrm{j}\omega\dfrac{\mu_0 J_{\mathrm{s0}} a}{4}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta a}\,\mathbf{i}_z$.

2. Напони на почетку (u_1) и крају (u_2) вода су приказани на слици.