

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ, ОФ, ИР)

9. фебруар 2010.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

## ПИТАЊА

1. Одредити коефицијенте потенцијала за систем који чине две концентричне, бесконачно танке сферне металне љуске, полупречника  $a$  (љуска 1) и  $b$  (љуска 2), при чему је  $a < b$ . Љуске се налазе у ваздуху. Референтну тачку за потенцијал узети у бесконачности.

2. Написати диференцијалне једначине којима је једнозначно одређен магнетски вектор–потенцијал у стационарном магнетском пољу у вакууму, ако је у свакој тачки познат: (а) вектор магнетске индукције,  $\mathbf{B}$ , (б) вектор густине запреминских струја,  $\mathbf{J}$ .

3. Под којим условом се простопериодично електромагнетско поље у домену  $v$  у вакууму може сматрати квазистационарним? Учестаност је  $f$ .

4. Написати потпуни систем Максвелових једначина од кога се полази у анализи електромагнетских таласа у вакууму, у простору у коме нема струја.

5. Униформан раван простопериодичан електромагнетски талас, учестаности  $f$ , наилази из диелектрика 1, параметара  $\epsilon_1$  и  $\mu_1$ , нормално на равну површ диелектрика 2, параметара  $\epsilon_2$  и  $\mu_2$ . (а) Написати изразе за таласе који постоје у оба

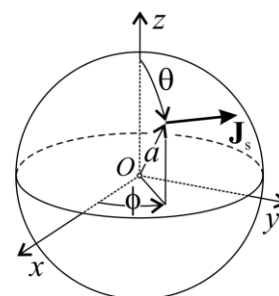
диелектрика, (б) написати граничне услове које задовољавају поља у диелектрику 1 и диелектрику 2, и (в) одатле извести коефицијенте трансмисије и рефлексије.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

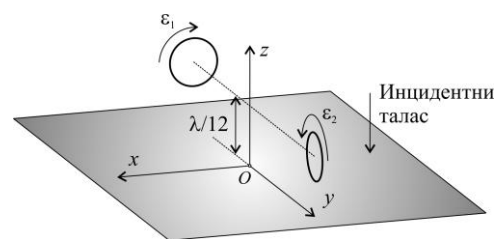
6. Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања униформног простопериодичног ТЕМ таласа, у средини параметара  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$ , извести упрошћени израз за коефицијент слабења и фазни коефицијент у добром диелектрику, на учестаности  $f$ .

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје брзопроменљиве простопериодичне површинске струје познате комплексне густине  $\underline{\mathbf{J}}_s = J_{s0} \left( \sin \theta \left( \sin \frac{\phi}{2} \right) \mathbf{i}_\phi \right)$  ( $J_{s0} = \text{const}$ ,  $-\pi \leq \phi \leq \pi$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ) само на површи сфере, полупречника  $a$ , чији је центар у координатном почетку (као на слици). Угаона учестаност струје је  $\omega$ . (а) Одредити расподелу површинских наелектрисања сфере. (б) Одредити, у центру сфере, електрични скалар–потенцијал површинских наелектрисања сфере. (в) Одредити магнетски вектор–потенцијал у центру сфере.



2. Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, таласне дужине  $\lambda = 1\text{m}$ , наилази из вакуума управно на савршено проводну раван, која лежи у  $Oxy$ –равни Декартовог координатног система. Вектор јачине електричног поља инцидентног таласа може се представити у облику  $\underline{\mathbf{E}} = (a \mathbf{i}_x + b \mathbf{i}_y) e^{+j2\pi z/\lambda}$ , где су  $a$  и  $b$  непознате комплексне константе. На висини  $\lambda/12$  изнад проводне равни постављене су две електрички мале, жичане контуре, истих површина  $S = 1\text{cm}^2$ . Познате су комплексне индуковане електромоторне силе у контурама, у односу на референтне смерове приказане на слици:  $\epsilon_1 = -10,9\text{mV}$  (у контури нормалној на  $y$ –осу) и  $\epsilon_2 = j10,9\text{mV}$  (у контури нормалној на  $x$ –осу). (а) Одредити израз за резултантно магнетско поље изнад проводне равни. (б) Израчунати непознате константе  $a$  и  $b$ . (в) Израчунати ефективну вредност интензитета вектора јачине електричног поља инцидентног таласа. (г) Како је поларизован инцидентни талас (одговор образложити)?



У сферном координатном систему:  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ, ОФ, ИР),  
ОДРЖАНОГ 9. ФЕБРУАРА 2010. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $a_{11} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a}$ ,  $a_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 b} = a_{21} = a_{22}$ .

2. (a)  $\text{div } \mathbf{A} = 0$ ,  $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}$ . (б)  $\text{div } \mathbf{A} = 0$ ,  $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$ .

3. Максимална линеарна димензија домена мора да буде много мања од таласне дужине  $\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{1}{f\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ .

4.  $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ .

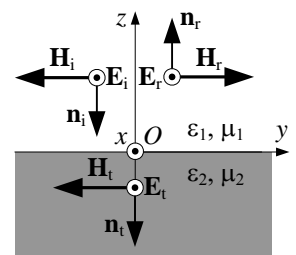
5. (a) Према ознакама на слици,  $\underline{E}_{xi} = \underline{E}_{i0} e^{j\beta_1 z}$ ,  $\underline{H}_{yi} = -\frac{\underline{E}_{i0}}{Z_{\text{TEM1}}} e^{j\beta_1 z}$ ,  $\underline{E}_{xr} = \underline{E}_{r0} e^{-j\beta_1 z}$ ,

$\underline{H}_{yr} = \frac{\underline{E}_{r0}}{Z_{\text{TEM1}}} e^{-j\beta_1 z}$ ,  $\underline{E}_{xt} = \underline{E}_{t0} e^{j\beta_2 z}$ ,  $\underline{H}_{yt} = -\frac{\underline{E}_{t0}}{Z_{\text{TEM2}}} e^{j\beta_2 z}$ , где је  $\beta_1 = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ ,

$\beta_2 = \omega\sqrt{\epsilon_2\mu_2}$ ,  $Z_{\text{TEM1}} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}$ ,  $Z_{\text{TEM2}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}$ . (б) За  $z=0$  је  $\underline{E}_{x1} = \underline{E}_{x2}$  и  $\underline{H}_{y1} = \underline{H}_{y2}$ .

(в)  $\frac{\underline{E}_{r0}}{\underline{E}_{i0}} = \rho = \frac{Z_{\text{TEM2}} - Z_{\text{TEM1}}}{Z_{\text{TEM2}} + Z_{\text{TEM1}}}$ ,  $\frac{\underline{E}_{t0}}{\underline{E}_{i0}} = \tau = \frac{2Z_{\text{TEM2}}}{Z_{\text{TEM2}} + Z_{\text{TEM1}}}$ .

6.  $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu\epsilon}$ .



**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\rho}_s = j \frac{J_{s0}}{2\omega a} \cos \frac{\phi}{2}$ .

(б)  $\underline{V} = j \frac{J_{s0}}{\pi\epsilon_0\omega} e^{-j\beta a}$ .

(в)  $\underline{\mathbf{A}} = -\frac{\mu_0 J_{s0} a}{3} e^{-j\beta a} \mathbf{i}_x$ .

2. (a)  $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\underline{b} \mathbf{i}_x - \underline{a} \mathbf{i}_y) \cos\left(2\pi \frac{z}{\lambda}\right)$ .

(б)  $\underline{a} = j \frac{\lambda}{2\sqrt{3}\pi S} \epsilon_1 \cong -j10 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ,  $\underline{b} = j \frac{\lambda}{2\sqrt{3}\pi S} \epsilon_2 \cong -10 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ .

(в)  $E = \sqrt{|\underline{a}|^2 + |\underline{b}|^2} = 14,14 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ .

(г)  $E(t) = E\sqrt{2} = \text{const} \Rightarrow$  инцидентни талас је кружно поларизован.