ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОС, ИР)

19. јун 2010.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

<table>
<tr><td colspan="10">ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)</td><td>КОЛОКВИЈУМ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Индекс
година/број</td><td colspan="8">Презиме и име</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">/</td><td colspan="8"></td><td>ИСПИТ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7">ПИТАЊА</td><td colspan="3">ЗАДАЦИ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>Укупно</td><td>1.</td><td>2.</td><td>Укупно</td><td>УКУПНО ПОЕНА</td><td>ОЦЕНА</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

ПИТАЊА

1. У свим тачкама тела од феромагнетског материјала (област v), ограниченог затвореном површи S, познат је вектор магнетизације ($\mathbf{M}$). Околна средина је вакуум, а у систему нема кондукционих струја. Написати изразе за (а) расподелу Амперове струје тела и (б) вектор магнетске индукције у произвољној тачки тела и околног простора.

2. Да ли се електромагнетско поље, које ствара простопериодична струја учестаности $f = 1\,\mathrm{GHz}$ која постоји у цилиндричном проводнику полупречника $a = 0{,}1\,\mathrm{mm}$ и дужине $l = 10\,\mathrm{cm}$, може сматрати споропроменљивим у непосредној околини проводника? Околна средина је ваздух. Образложити одговор.

3. Написати потпуни систем Максвелових једначина у диференцијалном облику за брзопроменљиво поље уколико је средина нелинеарна и у њој нема побудних струја и побудног поља.

4. Карактеристична импеданса коаксијалног вода је $Z_\mathrm{c} = 50\,\Omega$. Проводници вода су направљени од савршеног проводника ($\sigma_\mathrm{p} \to \infty$). Диелектрик вода је хомоген, релативне пермитивности $\varepsilon_\mathrm{r} = 4$ и специфичне проводности $\sigma_\mathrm{d} = 10^{-2}\,\mathrm{S/m}$. Средина је свуда немагнетска. Израчунати (а) подужну капацитивност вода, (б) подужну спољашњу индуктивност вода, (в) подужну проводност вода и (г) подужну отпорност вода.

(а)	(б)	(в)	(г)

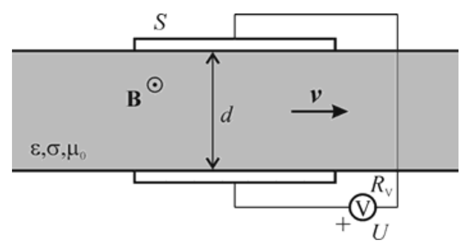
5. Комплексни вектор дат је изразом $\mathbf{A} = \mathrm{j}\sqrt{2}\,\mathbf{i}_x + 2\,\mathbf{i}_y - \mathrm{j}\sqrt{2}\,\mathbf{i}_z$. (а) Одредити максималну и ефективну вредност интензитета овог вектора. (б) Утврдити како је поларизован овај вектор.

(а)	(б)

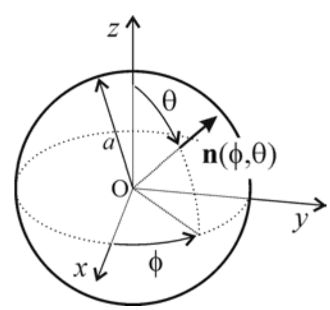
6. Израчунати однос дужине Херцовог дипола и таласне дужине на радној учестаности, тако да отпорност зрачења дипола буде $R_z = 5\,\Omega$.

ЗАДАЦИ

1. Између (савршено проводних) електрода плочастог кондензатора протиче хомогена течност, константном брзином, као на слици. Површина једне електроде кондензатора је S, а растојање између електрода је d ($S >> d^2$). Специфична проводност течности је σ, пермитивност ε, а пермеабилност μ_0. Кондензатор се налази у хомогеном стационарном магнетском пољу индукције B и правца и смера прказаног на слици. За електроде кондензатора је везан волтметар, унутрашње отпорности R_{V}. Одредити брзину протицања течности, v, ако волтметар показује напон U.



2. Раван простопериодичан линијски поларизован ТЕМ талас, таласне дужине λ, наилази из ваздуха на савршено проводну сферу полупречника $a = 10\lambda = 1\,\mathrm{m}$. Талас се креће у смеру $-z$ осе, у координатном систему приказаном на слици. Комплексни вектор јачине електричног поља таласа, у равни $z = 41\,\lambda/4$, је $\underline{\mathbf{E}}\left(z = \dfrac{41}{4}\lambda\right) = 120\pi \dfrac{\mathrm{mV}}{\mathrm{m}}\mathbf{i}_x$. (а) Израчунати комплексни вектор јачине магнетског поља овога таласа, у ваздуху, у тачкама непосредно уз површ сфере, $\underline{\mathbf{H}}(\phi,\theta)$. (б) Израчунати комплексни вектор густине површинске струје сфере користећи се изразом $\underline{\mathbf{J}}_{\mathrm{s}}(\phi,\theta) = \begin{cases} 2\mathbf{n}(\phi,\theta)\times\underline{\mathbf{H}}(\phi,\theta), & z \ge 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}$, где је $\mathbf{n}(\phi,\theta)$ спољашњи орт нормалан на површ сфере (ово је апроксимација физичке оптике) (в) Израчунати комплексни магнетски вектор–потенцијал који струја $\underline{\mathbf{J}}_{\mathrm{s}}(\phi,\theta)$ ствара у центру сфере (тачка O).

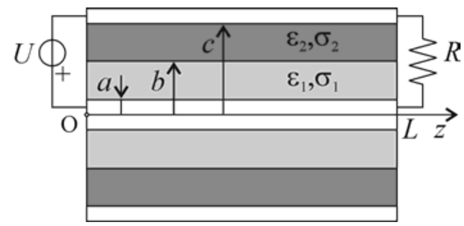


Додатак из првог дела градива

- ОС, ИР -

Задаци

***3.** Коаксијални кабл, дужине L и полупречника проводника a и c ($L >> a$, c), има двослојни диелектрик, полупречника раздвојне површи b. Диелектрици су линеарни и хомогени, пермитивности ε_1 и ε_2 и специфичне проводности σ_1 и σ_2 (σ_1 и σ_2 су много мањи од специфичне проводности проводника кабла). Кабл је на једном крају прикључен на генератор временски константног напона U а на другом затворен отпорником отпорности R, као на уздужном пресеку приказаном на слици. Средина је свуда немагнетска. Одредити (а) подужну одводност кабла, (б) јачину струје у проводницима кабла, и (в) густину површинског наелектрисања на раздвојној површи диелектрика.



Питања

***7.** Полазећи од диференцијалних једначина за електростатичко поље и везе између електростатичког потенцијала и електричног поља, извести диференцијалну једначину коју задовољава електростатички потенцијал у линеарној нехомогеној средини у чијој је свакој тачки, дефинисаној вектором положаја $\mathbf{r}$, позната пермитивност $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r})$, густина слободног запреминског наелектрисања $\rho = \rho(\mathbf{r})$ и вектор јачине електричног поља $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r})$.

***8.** Написати граничне услове за векторе $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ у стационарном магнетском пољу. Полазећи од тих услова, извести правило преламања линија вектора $\mathbf{B}$ на раздвојној површи две линеарне средине пермеабилности μ_1 и μ_2, ако на раздвојној површи нема кондукционих струја.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОС, ИР), ОДРЖАНОГ 19. ЈУНА 2010. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\mathbf{J}_{\mathrm{A}} = \mathrm{rot}\,\mathbf{M}$, $\mathbf{J}_{\mathrm{sA}} = \mathbf{M}\times\mathbf{n}$. (б) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_v \frac{\mathrm{rot}\,\mathbf{M}}{r^2}\times\mathbf{r}_0\,\mathrm{d}v + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_S \frac{\mathbf{M}\times\mathbf{n}}{r^2}\times\mathbf{r}_0\,\mathrm{d}S$, где је v запремина домена, S површина која ограничава домен, $\mathbf{n}$ спољашња нормала на S, r одстојање од посматраног струјног елемента до тачке у којој се рачуна $\mathbf{B}$ и $\mathbf{r}_0$ јединични вектор од струјног елемента ка тачки у којој се рачуна $\mathbf{B}$.

2. $\beta l = \frac{2\pi}{3}$, те се електромагнетско поље не може сматрати споропроменљивим.

3. $\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$, $\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$, $\mathrm{div}\,\mathbf{D} = \rho$, $\mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$ и $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$.

4. (а) $C' = \frac{1}{cZ_{\mathrm{c}}} \approx 133{,}33\ \mathrm{pF/m}$, (б) $L' = \frac{1}{c^2 C'} \approx 333{,}33\ \mathrm{nH/m}$, (в) $G' = \frac{\sigma_{\mathrm{d}}}{\varepsilon}C' \approx 37{,}6\ \mathrm{mS/m}$ и (г) $R' = 0$.

5. (а) $A_{\max} = A_{\mathrm{eff}} = \sqrt{8}$. (б) Вектор је кружно поларизован.

6. $\frac{l}{\lambda} = \frac{1}{4\pi}$.

ЗАДАЦИ

1. $$v = \frac{U}{\sigma SB}\left(\frac{\sigma S}{d} + \frac{1}{R_{\mathrm{V}}}\right).$$

2. (а) $\underline{\mathbf{H}}(\phi,\theta) = \mathrm{j}\frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{m}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}20\pi\cos\theta}\,\mathbf{i}_y$, $0 \le \phi < 2\pi, 0 \le \theta \le \pi$.

(б) $\underline{\mathbf{J}}_{\mathrm{s}}(\phi,\theta) = \mathrm{j}2\frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{m}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}20\pi\cos\theta}\left(-\cos\theta\,\mathbf{i}_x + \sin\theta\cos\phi\,\mathbf{i}_z\right)$, $0 \le \phi < 2\pi, 0 \le \theta \le \pi$.

(в) $\underline{\mathbf{A}} = 4\frac{\mathrm{nT}}{\mathrm{m}}\mathbf{i}_x$.

Додатак

*3. (а) $G' = \frac{2\pi\sigma_1\sigma_2}{\sigma_2\ln\frac{b}{a} + \sigma_1\ln\frac{c}{b}}$, (б) $I(Z) = G'U(L-z)$, (в) $\rho_{\mathrm{s}} = \frac{G'U}{2\pi b}\left(\frac{\varepsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1}\right)$.

*7. $\mathrm{div}(\mathrm{grad}\,V) = -\frac{1}{\varepsilon}(\rho - \mathbf{E}\cdot\mathrm{grad}\cdot\varepsilon)$.

*8. $\frac{\mathrm{tg}\,\alpha_1}{\mathrm{tg}\,\alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$, где су α_1 и α_2, респективно, углови које вектори $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$ заклапају са нормалом на раздвојну површ.