ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

19. јун 2010.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број		Презиме и име									
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ				
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Врло дугачак коаксијални вод, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b, испуњен је ваздухом. (а) Полазећи од диференцијалних једначина за електростатичко поље и везе између електростатичког потенцијала и електричног поља, извести диференцијалну једначину коју задовољава електростатички потенцијал у воду. (б) Решавањем претходно изведене диференцијалне једначине, одредити електростатички потенцијал у попречном пресеку вода, уколико је познато $V(a) = V$ и $V(b) = 0$.

(а)	(б)

2. У свим тачкама тела од феромагнетског материјала, запремине v, ограниченог затвореном површи S, познат је вектор магнетизације ($\mathbf{M}$). Околна средина је вакуум, а у систему нема кондукционих струја. Написати изразе за (а) Амперове струје тела и (б) вектор магнетске индукције у произвољној тачки простора.

3. Да ли се електромагнетско поље, које ствара простопериодична струја учестаности $f = 1\,\text{GHz}$, може сматрати споропромењљивим у непосредној околини цилиндричног проводника полупречника $a = 0{,}1\,\text{mm}$ и дужине $l = 10\,\text{cm}$? Око проводника је ваздух. Образложити одговор.

4. Написати потпуни систем Максвелових једначина у диференцијалном облику за брзопромењљиво поље уколико је средина нелинеарна и у њој нема побудних струја и побудног поља.

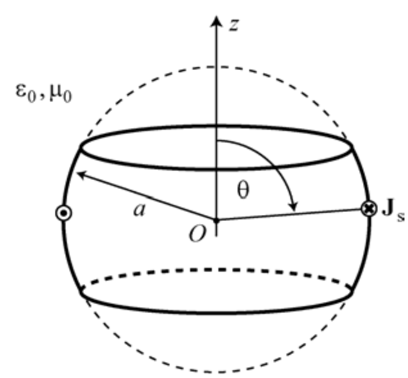
5. Карактеристична импеданса вода са два проводника је $Z_c = 50\,\Omega$. Проводници вода су направљени од савршеног проводника ($\sigma_p \to \infty$). Диелектрик вода је хомоген, релативне пермитивности $\varepsilon_r = 4$ и специфичне проводности $\sigma_d = 10^{-2}$ S/m. Средина је свуда немагнетска. Израчунати (а) подужну капацитивност вода, (б) подужну спољашњу индуктивност вода, (в) подужну проводност вода и (г) подужну отпорност вода.

(а)	(б)	(в)	(г)

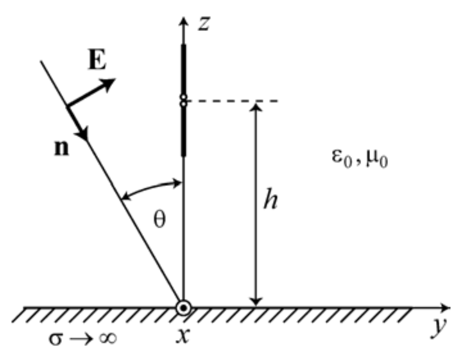
6. Израчунати однос дужине Херцовог дипола и таласне дужине на радној учестаности, тако да отпорност зрачења дипола буде $R_z = 5\,\Omega$.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје брзопроменљиве простопериодичне струје само по површи дела сфере, која је приказана на слици. Полупречник сфере је a, а део на коме постоје струје дефинисан је сферним координатама $\frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{2\pi}{3}$ и $-\pi < \phi \le \pi$. Површинска густина струје је позната и дата је изразом $\mathbf{J}_s(\theta, t) = J_{s0}\sqrt{2}\sin\theta\cos\omega t\,\mathbf{i}_\phi$. Одредити изразе за: (а) комплексни вектор површинских струја, (б) комплексни магнетски вектор-потенцијал у тачки O и (в) комплексни вектор магнетске индукције у тачки O.



2. На место пријема стиже раван униформан линијски поларизован ТЕМ талас, учестаности $f = 3$ GHz, под углом $\theta = \frac{\pi}{6}$ у односу на вертикалу, као на слици. Ефективна вредност електричног поља овог таласа је $E = 2$ mV/m, а вектор $\mathbf{E}$ лежи у равни инциденције. Пријемна антена је полуталасни дипол који лежи у равни инциденције. Дипол је постављен вертикално, а центар дипола се налази на висини h изнад савршено проводне равни. Израчунати: (а) векторе резултантног електричног и магнесткog поља изнад равни, (б) све могуће висине h тако да емс индукована у антени буде максимална и (в) ефективну вредност максималне индуковане емс.



Напомена: лапласијан у цилиндричном координатном систему гласи $\Delta f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ 19. ЈУНА 2010. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\Delta V = 0$. (б) $V(r) = V \dfrac{\ln(r/b)}{\ln(a/b)}$, $a \le r \le b$.

2. (а) $\mathbf{J}_\mathrm{A} = \mathrm{rot}\,\mathbf{M}$, $\mathbf{J}_\mathrm{sA} = \mathbf{M} \times \mathbf{n}$. (б) $\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \displaystyle\int_v \dfrac{\mathrm{rot}\,\mathbf{M}}{r^2} \times \mathbf{r}_0 \,\mathrm{d}v + \dfrac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \dfrac{\mathbf{M} \times \mathbf{n}}{r^2} \times \mathbf{r}_0 \,\mathrm{d}S$, где је v запремина домена, S површина која ограничава домен, $\mathbf{n}$ спољашња нормала на S, r одстојање од посматраног струјног елемента до тачке у којој се рачуна $\mathbf{B}$ и $\mathbf{r}_0$ јединични вектор од струјног елемента ка тачки у којој се рачуна $\mathbf{B}$.

3. $\beta l = \dfrac{2\pi}{3}$, те се електромагнетско поље не може сматрати споропроменљивим.

4. $\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \mathbf{J} + \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$, $\mathrm{div}\,\mathbf{D} = \rho$, $\mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$ и $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$.

5. (а) $C' = \dfrac{1}{cZ_\mathrm{c}} \approx 133{,}33\ \mathrm{pF/m}$, (б) $L' = \dfrac{1}{c^2 C'} \approx 333{,}33\ \mathrm{nH/m}$, (в) $G' = \dfrac{\sigma_\mathrm{d}}{\varepsilon} C' \approx 37{,}6\ \mathrm{mS/m}$ и (г) $R' = 0$.

6. $\dfrac{l}{\lambda} = \dfrac{1}{4\pi}$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\mathbf{J}}_\mathrm{s} = J_\mathrm{s0} \sin\theta\, \mathbf{i}_\phi$. (б) $\underline{\mathbf{A}} = 0$. (в) $\underline{\mathbf{B}} = \dfrac{11\mu_0 J_\mathrm{s0}}{24} (1 + \mathrm{j}\beta a) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta a}\, \mathbf{i}_z$, где је $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

2. (а) $\underline{E}_y = \mathrm{j}E\sqrt{3}\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta \frac{y}{2}} \sin\left(\beta \dfrac{\sqrt{3}}{2} z\right)$, $\underline{E}_z = E\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta \frac{y}{2}} \cos\left(\beta \dfrac{\sqrt{3}}{2} z\right)$, $\underline{\mathbf{E}} = \underline{E}_y\, \mathbf{i}_y + \underline{E}_z\, \mathbf{i}_z$, $\underline{\mathbf{H}} = \dfrac{2E}{Z_0} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta \frac{y}{2}} \cos\left(\beta \dfrac{\sqrt{3}}{2} z\right) \mathbf{i}_x$, (б) $\varepsilon = \dfrac{\lambda}{\pi} EF \left| 1 + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta 2h\cos\theta} \right|$, где је $F = 2\cos\dfrac{\pi\sqrt{3}}{4} \approx 0{,}418$, те је $h = \dfrac{\lambda}{2\cos\theta} k = \dfrac{\sqrt{3}}{3} 10^{-1} \cdot k\,[\mathrm{m}]$, $k \in N$ и (в) $\varepsilon_\mathrm{max} = 2\dfrac{\lambda}{\pi} EF \approx 53{,}2\ \mu\mathrm{V}$.