

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ)

2. септембар 2010.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ						
Индекс година/број		Презиме и име											
/							ИСПИТ						
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА		ОЦЕНА	

ПИТАЊА

1. У линеарном несавршеном диелектрику константне специфичне проводности σ и променљиве пермитивности $\epsilon(\mathbf{r})$, где је \mathbf{r} вектор положаја, успостављена је стална запреминска струја константне густине \mathbf{J} . Одредити израз за густину запреминских слободних наелектрисања у диелектрику.

2. У домену испуњеним линеарним нехомогеним материјалом специфичне проводности σ , постоји нехомогено електрично поље вектора јачине \mathbf{E} . Одредити изразе за (а) запреминску густину снаге Цулових губитака и (б) укупну снагу Цулових губитака у овом домену.

(а)	(б)
-----	-----

3. (а) Написати Лоренцов услов у комплексном облику, ако је средина ваздух. (б) Полазећи од израза за комплексни вектор јачине електричног поља, у ваздуху, изражен преко електричног скалар–потенцијала и магнетског вектор–потенцијала, и Лоренцовог услова, извести израз за комплексни вектор јачине електричног поља изражен само у функцији магнетског вектор–потенцијала.

(а)	(б)
-----	-----

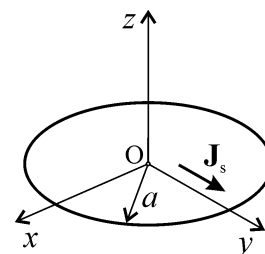
4. Танак проводник, дужине l , постављен је дуж z –осе Декартовог координатног система тако да је координатни почетак на средини проводника. У проводнику постоји брзопроменљива простопериодична струја, учестаности f и комплексне јачине $\underline{I}(z) = I_0 \sin\left(\pi \frac{l-2|z|}{l}\right)$, у односу на референтни смер $+z$ –осе. Одредити израз за густину линијског наелектрисања проводника.

5. Антена се напаја струјом ефективне вредности I и учестаности f . Карактеристична функција зрачења антене је позната, $\mathbf{F}(\phi, \theta)$, где су ϕ и θ углови сферног координатног система са центром у тачки напајања антене. Одредити израз за комплексни Поинтингов вектор таласа који емитује антена, на одстојању r , у зони зрачења.

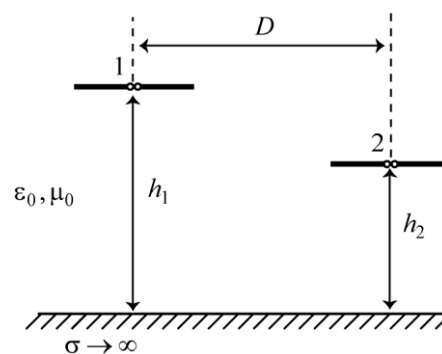
6. Раван униформан простопериодичан TEM талас, учестаности $f = 1\text{GHz}$, наилази из савршеног немагнетског диелектрика релативне пермитивности $\epsilon_{r1} = 8$, под углом $\theta = 60^\circ$, на раздвојну површ са савршеним немагнетским диелектриком релативне пермитивности $\epsilon_{r2} = 2$. Израчунати однос ефективних вредности јачине електричног поља таласа у диелектрику пермитивности ϵ_{r2} на растојањима $d_1 = 10\text{mm}$ и $d_2 = 20\text{mm}$ од раздвојне површи.

ЗАДАЦИ

1. Веома танка, савршено проводна кружна плоча, полупречника a , лежи у Oxy -равни Декартовог координатног система, тако да јој је центар у координатном почетку, као на слици. У плочи постоје брзопроменљиве површинске струје учестаности f и комплексне густине $\underline{\mathbf{J}}_s = \underline{J}_{s0} \mathbf{i}_y$, где је \underline{J}_{s0} комплексна константа. Полазећи од интегралног израза за комплексни вектор магнетске индукције у брзопроменљивом пољу, одредити магнетску индукцију на z -оси.



2. Два полуталасна дипола постављена су у ваздуху, паралелно савршено проводној равни, као на слици. Диполи леже у истој равни. Први дипол се налази на висини $h_1 = 3\text{m}$, а други дипол на висини $h_2 = 2\text{m}$. Хоризонтално растојање између центара дипола је $D = 5\text{m}$. Први дипол се напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 3\text{GHz}$, снагом $P_1 = 1\text{mW}$. Израчунати ефективну вредност индуковане електромоторне силе у другом диполу.



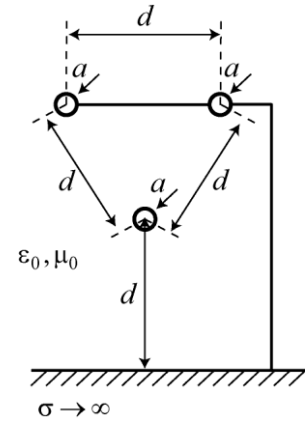
Напомена:
$$\frac{(1 + j\beta R)e^{-j\beta R}}{R^2} = -\frac{d}{dR} \left(\frac{e^{-j\beta R}}{R} \right).$$

Додатак из првог дела градива

- ОФ -

Задаци

*3. Три танка жичана проводника, полупречника a , постављена су паралелно савршено проводној равни, као на слици. Средина је вакуум. Два горња проводника су галвански спојена са савршено проводном равни. Одредити изразе за подужну капацитивност ове структуре.



Питања

*7. Одредити отпорност уземљења лоптастог уземљивача полупречника a , укопаног у земљу специфичне проводности σ . Уземљивач је начињен од материјала специфичне проводности много веће од σ , а укопан је у земљу тако да му је центар на дубини d испод површи земље ($d \gg a$). Занемарити ефекте крајева.

*8. За сваку тачку раздвојне површи две линеарне средине, пермеабилности μ_1 и μ_2 , познати су вектори магнетске индукције у обе средине непосредно уз раздвојну површ (\mathbf{B}_1 и \mathbf{B}_2). Одредити израз за вектор густине кондукционих површинских струја у свакој тачки раздвојне површи. (Приложити цртеж и на њему означити све величине које се јављају у овом изразу.)

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ),
ОДРЖАНОГ 2. СЕПТЕМБРА 2010. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. $\rho = \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \text{grad } \varepsilon(\mathbf{r})$.
2. (a) $p_J = \sigma E^2$, (б) $P_J = \int \sigma E^2 dv$.
3. (a) $\text{div} \underline{\mathbf{A}} = -j\omega \varepsilon_0 \mu_0 \underline{V}$. (б) $\underline{\mathbf{E}} = -\frac{j}{\omega \varepsilon_0 \mu_0} \text{grad div } \underline{\mathbf{A}} - j\omega \underline{\mathbf{A}}$.
4. (a) $\underline{Q}' = -j \frac{1}{f} \frac{I_0}{l} \cos \left(\pi \frac{l-2|z|}{l} \right) \frac{|z|}{z}$.
5. $\underline{\mathbf{P}} = \frac{Z_0}{4\pi^2 r^2} I^2 F^2(\theta, \phi) \mathbf{i}_r$.
6. $\frac{E(d_1)}{E(d_2)} \approx 1,5$.

ЗАДАЦИ

1. $\underline{\mathbf{B}} = \frac{1}{2} \mu_0 J_{s0} z \left(\frac{e^{-j\beta|z|}}{|z|} - \frac{e^{-j\beta\sqrt{z^2+a^2}}}{\sqrt{z^2+a^2}} \right) \mathbf{i}_x$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$.
2. $\varepsilon = 0,4 \text{ mV}$

Додатак

- *3. $C' = \frac{a_{22} + a_{23}}{a_{11}(a_{22} + a_{23}) - 2a_{12}^2}$, $a_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{2d}{a}$, $a_{22} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{(2+\sqrt{3})d}{a}$, $a_{12} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \sqrt{5+2\sqrt{3}}$, $a_{23} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \sqrt{8+4\sqrt{3}}$.
- *7. $R_{uz} \cong \frac{1}{4\pi\sigma a}$.
- *8. $\mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times \left(\frac{\mathbf{B}_1}{\mu_1} - \frac{\mathbf{B}_2}{\mu_2} \right)$, \mathbf{n} је јединични вектор нормалан на раздвојну површ и усмерен ка средини 1.