ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ)

23. септембар 2010.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

<table>
<tr><td colspan="10">ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)</td><td>КОЛОКВИЈУМ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Индекс
година/број</td><td colspan="8">Презиме и име</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">/</td><td colspan="8"></td><td>ИСПИТ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7">ПИТАЊА</td><td colspan="3">ЗАДАЦИ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>Укупно</td><td>1.</td><td>2.</td><td>Укупно</td><td>УКУПНО ПОЕНА</td><td>ОЦЕНА</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

ПИТАЊА

1. Веома дугачак цилиндар, полупречника a, постављен је у Декатров координатни систем тако да оса цилиндра лежи на z–оси. У цилиндру постоји стационарна запреминска струја константне густине $\mathbf{J} = J_0\,\mathbf{i}_z$. Цилиндар је испуњен линеарним материјалом пермитивности ε_0 и специфичне проводности $\sigma = \sigma_0 |z|/a$, где је σ_0 константа. Одредити укупно наелектрисање у делу цилиндра ограниченом базисима $z = a$ и $z = 2a$.

2. Магнетски вектор потенцијал сталног магнетског поља, у Декартовом координатном систему, дат је изразом $\mathbf{A}(x, y, z) = \dfrac{A_0}{a^2} xy\,\mathbf{i}_z$, у домену $-a \le x, y, z \le a$, где су A_0 и a позитивне константне величине. Средина је вакуум. Одредити израз за: (а) густину запреминских струја и (б) вектор магнетске индукције.

(а)	(б)

3. Израчунати минимални и максимални интензитет простопериодичног вектора датог комплексним изразом $\underline{\mathbf{A}} = 2\,\mathbf{i}_x + \mathrm{j}2\,\mathbf{i}_y + (2 + \mathrm{j})\mathbf{i}_z$.

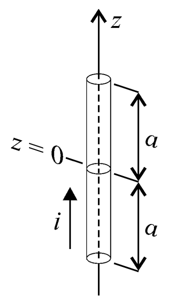
4. Израчунати растојање које простопериодичан ТЕМ талас, учестаности $f = 10\,\mathrm{MHz}$, треба да пређе кроз коаксијални кабл, полупречника проводника $a = 1\,\mathrm{mm}$ и $b = 2{,}5\,\mathrm{mm}$, да би му се ефективна вредност електричног поља двоструко смањила. Проводници коаксијалног кабла су начињени од немагнетског материјала специфичне проводности $\sigma = 64\,\mathrm{MS/m}$ и пермитивности ε_0, а диелектрик коаксијалног кабла је немагнетски материјал релативне пермитивности $\varepsilon_\mathrm{r} = 2{,}25$ и занемарљивих губитака.

5. Примопредајни антенски систем чине два идентична полуталасна дипола у слободном простору. Диполи су на међусобном растојању $r = 1\,\mathrm{km}$ и оријентисани су тако да се између њих може пренети максимална могућа снага. Ако се предајни дипол напаја из генератора простопериодичне електромоторне силе учестаности $f = 300\,\mathrm{MHz}$, средњом снагом $P_0 = 100\,\mathrm{W}$, израчунати средњу снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су диполи без губитака.

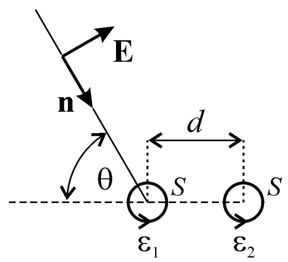
6. Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, учестаности $f = 1\,\mathrm{GHz}$, наилази из савршеног немагнетског диелектрика релативне пермитивности $\varepsilon_{\mathrm{r1}} = 8$, под углом $\theta = 60°$ у односу на нормалу, на раздвојну површ са савршеним немагнетским диелектриком релативне пермитивности $\varepsilon_{\mathrm{r2}} = 2$. Израчунати однос ефективних вредности јачине електричног поља таласа у диелектрику пермитивности $\varepsilon_{\mathrm{r2}}$ на растојањима $d_1 = 10\,\mathrm{mm}$ и $d_2 = 20\,\mathrm{mm}$ од раздвојне површи.

ЗАДАЦИ

1. У танком правом проводнику дужине $2a$ постоји простопериодична струја високе кружне учестаности ω. Интензитет струје је, у односу на координатни систем приказан на слици (z –оса је оса проводника, а координатни почетак је на средини проводника), дат изразом $i(z,t) = \sqrt{2} I_0 \dfrac{a-z}{a} \cos\left(\omega t - z\,\omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\right)$, где је I_0 константа и $|z| \le a$. Одредити комплексни магнетски вектор–потенцијал на z –оси, за $z > a$, сматрајући да је струја расподељена дуж осе проводника.



2. На две усамљене копланарне кружне жичане контуре у ваздуху наилази раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, под углом $\theta = 60°$ у односу на праву која спаја центре контура. Контуре су једнаких површина $S = 1\,\mathrm{cm}^2$, а њихови су центри на међусобном растојању $d = 0{,}25\,\mathrm{m}$. Орт простирања $\mathbf{n}$ и вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}$ таласа леже у равни контура. Ефективна вредност електромоторне силе индуковане у првој контури је $\varepsilon_1 = 0{,}5\,\mathrm{mV}$, а ова електромоторна сила, у односу на референтне смерове приказане на слици, фазно предњачи електромоторној сили ε_2, индукованој у другој контури, за $\pi/4$. Израчунати учестаност и ефективну вредност вектора јачине електричног поља овог таласа.

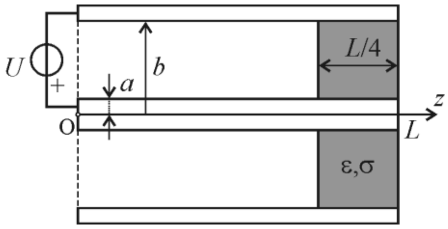


Додатак из првог дела градива

- ОФ -

Задаци

***3.** На слици је приказан уздужни пресек правог коаксијалног кабла, дужине L, чији су проводници савршени, полупречника a и b ($L \gg a,b$). Завршна четвртина кабла испуњена је линеарним хомогеним диелектриком пермитивности ε и специфичне проводности σ, а у остатку кабла је ваздух. Кабл је на крају испуњеним диелектриком отворен, а на другом крају прикључен на генератор временски константног напона U. Одредити (а) јачину струје у проводницима кабла, $I(z)$, и (б) проводност кабла.



Питања

***7.** Линеарни хомогени савршени диелектрик, релативне пермитивности $\varepsilon_r = 3$, равномерно је наелектрисан по својој запремини. У једној тачки диелектрика интензитет вектора јачине електричног поља је $E = 1\,\mathrm{V/m}$. Израчунати, у тој тачки, интензитет вектора јачине електричног поља који потиче само од: (а) слободног наелектрисања диелектрика и (б) везаног наелектрисања диелектрика.

(а)	(б)

***8.** За сваку тачку раздвојне површи две линеарне средине, пермеабилности μ_1 и μ_2, познати су вектори магнетске индукције у обе средине непосредно уз раздвојну површ ($\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$). Одредити израз за вектор густине кондукционих површинских струја у свакој тачки раздвојне површи. (Приложити цртеж и на њему означити све величине које се јављају у овом изразу.)

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ), ОДРЖАНОГ 23. СЕПТЕМБРА 2010. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. $Q = -\dfrac{\pi\varepsilon_0 J a^2}{2\sigma_0}$.

2. (а) $\mathbf{J} = 0$. (б) $\mathbf{B} = \dfrac{A_0}{a^2}\left(x\,\mathbf{i}_x - y\,\mathbf{i}_y\right)$.

3. $A_{\min} = 2\sqrt{2}$, $A_{\max} = 3\sqrt{2}$.

4. $d = 290{,}34\,\mathrm{m}$.

5. $P = 1{,}7\,\mu\mathrm{W}$.

6. $\dfrac{E(d_1)}{E(d_2)} \approx 1{,}5$.

***7.** (а) $E_\mathrm{s} = \varepsilon_\mathrm{r} E = 3\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$. (б) $E_\mathrm{p} = \left|1-\varepsilon_\mathrm{r}\right| E = 2\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$.

*8. $\mathbf{J}_\mathrm{s} = \mathbf{n}\times\left(\dfrac{\mathbf{B}_1}{\mu_1} - \dfrac{\mathbf{B}_2}{\mu_2}\right)$, $\mathbf{n}$ је јединични вектор нормалан на раздвојну површ и усмерен ка средини 1.

ЗАДАЦИ

1. $\underline{\mathbf{A}} = \dfrac{\mu_0 I_0 \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z}}{4\pi}\left(\left(1-\dfrac{z}{a}\right)\ln\dfrac{z+a}{z-a} + 2\right)\mathbf{i}_z$, $\beta = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$.

2. $f = 300\,\mathrm{MHz}$, $E = 0{,}796\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$.

***3.** (а) $I(z) = \begin{cases} \dfrac{2\pi\sigma}{\ln\frac{b}{a}}\dfrac{L}{4}U, & 0 \le z \le \dfrac{3L}{4} \\ \dfrac{2\pi\sigma}{\ln\frac{b}{a}}(L-z)U, & \dfrac{3L}{4} \le z \le L \end{cases}$. (б) $G = \dfrac{\pi\sigma L}{2\ln\frac{b}{a}}$.