ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОС, ИР)

10. октобар 2010.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

<table>
<tr><td colspan="10">ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)</td><td>КОЛОКВИЈУМ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Индекс
година/број</td><td colspan="7">Презиме и име</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">/</td><td colspan="7"></td><td>ИСПИТ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7">ПИТАЊА</td><td colspan="3">ЗАДАЦИ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>Укупно</td><td>1.</td><td>2.</td><td>Укупно</td><td>УКУПНО ПОЕНА</td><td>ОЦЕНА</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

ПИТАЊА

1. Усамљено тело од линеарног хомогеног савршеног диелектрика, релативне пермитивности ε_{r} равномерно је наелектрисано по својој запремини. У једној тачки тела интензитет вектора јачине електричног поља је E. Полазећи од интегралног израза за вектор јачине електричног поља запреминске расподеле наелектрисања, извести, у тој тачки, израз за интензитет вектора јачине електричног поља који потиче само од: (а) слободног наелектрисања тела и (б) везаног наелектрисања тела.

(а)	(б)

2. На раздвојној површи савршеног проводника и несавршеног диелектрика пермитивности ε и специфичне проводности σ, у стационарном струјном пољу, позната је густина слободног наелектрисања, ρ_{s}. Одредити интензитет вектора густине струје у диелектрику непосредно уз раздвојну површ.

3. У свакој тачки једног домена у вакууму познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r},t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$, где је $\mathbf{r}$ вектор положаја тачке. Написати изразе за закаснели електрични скалар–потенцијал и закаснели магнетски вектор–потенцијал ове расподеле наелектрисања и струја. Нацртати слику и на њој назначити величине које се појављују и изразима.

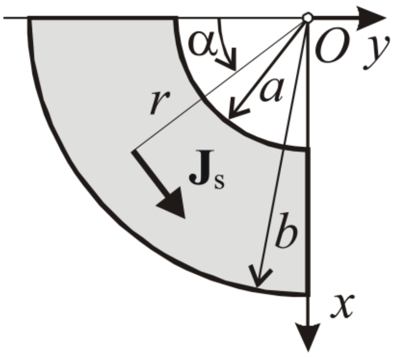
4. Израчунати минимални и максимални интензитет простопериодичног вектора чији је комплексни представник дат изразом $\underline{\mathbf{A}} = 3\mathbf{i}_x + \mathrm{j}3\mathbf{i}_y + (3+\mathrm{j})\mathbf{i}_z$.

5. Израчунати растојање које раван простопериодичан ТЕМ талас треба да пређе кроз добар диелектрик, специфичне проводности $\sigma_\mathrm{d} = 10^{-3}\,\mathrm{S/m}$, пермитивности ε_0 и пермеабилности μ_0, да би му се ефективна вредност електричног поља двоструко смањила.

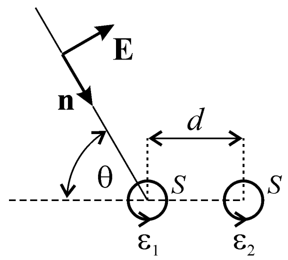
6. Полазећи од израза за снагу пријемника прилагођеног на пријемну антену, извести израз за слабљење сигнала између предајне и пријемне антене, у слободном простору.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји површинска простопериодична струја високе кружне учестаности ω по површи једне четвртине кружног прстена, полупречника a и b. Временска зависност вектора густине површинске струје је дата изразом $\mathbf{J}_\mathrm{s} = \mathbf{J}_\mathrm{s}(r,\alpha,t) = \sqrt{2}J_{\mathrm{s}0}\sin(2\alpha)\cos(\omega t + \beta r)\,\mathbf{i}_\phi$, где су $0 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}$ и $a \le r \le b$, као на слици, $J_{\mathrm{s}0}$ константа и β фазни коефицијент. Израчунати комплексни вектор јачине електричног поља у координатном почетку (тачки O).



2. На две усамљене копланарне кружне жичане контуре у ваздуху наилази раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, под углом $\theta = 60°$ у односу на праву која спаја центре контура. Контуре су једнаких површина $S = 1\,\mathrm{cm}^2$, а њихови су центри на међусобном растојању $d = 0{,}25\,\mathrm{m}$. Орт простирања $\mathbf{n}$ и вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}$ таласа леже у равни контура. Ефективна вредност електромоторне силе индуковане у првој контури је $\varepsilon_1 = 0{,}5\,\mathrm{mV}$, а ова електромоторна сила, у односу на референтне смерове приказане на слици, фазно предњачи електромоторној сили ε_2, индукованој у другој контури, за $\pi/4$ Израчунати учестаност и ефективну вредност вектора јачине електричног поља овог таласа.



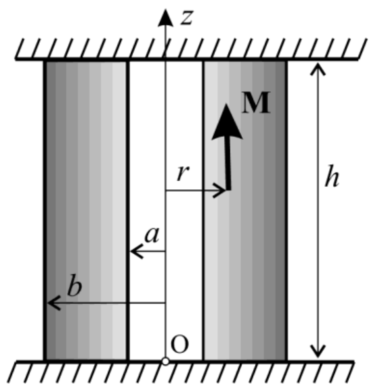
Напомена: дивергенција у цилиндричном координатном систему гласи $\operatorname{div}\mathbf{A} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial(A_r r)}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$.

Додатак из првог дела градива

- ОФ, ОС, ИР -

Задаци

***3.** Прав шупаљ цилиндар од феромагнетика, унутрашњег полупречника a, спољашњег полупречника b и висине h, наслоњен је својим базисима на два паралелна велика равна феромагнетска блока, а око њега је вакуум, као на слици. Вектор заостале магнетизације у цилиндру дат је изразом $\mathbf{M} = M_0 \dfrac{2r^2 - a^2}{b^2} \mathbf{i}_z$, где је M_0 константа и $a \le r \le b$. Одредити (а) расподелу Амперових струја цилиндра и (b) вектор магнетске индукције у цилиндру и вакууму.



Питања

***7.** Одредити потенцијалне коефицијенте за систем који чине две концентричне, сферне металне љуске, полупречника a (љуска 1) и b (љуска 2), при чему је $a < b$. Љуске се налазе у ваздуху. Референтну тачку за потенцијал узети у бесконачности.

(а)	(б)

***8.** На раздвојној површи два хомогена несавршена диелектрика у стационарном струјном пољу густина површинског слободног наелектрисања је нула. Пермитивност првог диелектрика је ε_1, а његова проводност је σ_1. Проводност другог диелектрика је σ_2. Колика је пермитивност другог диелектрика? Образложити одговор.

Напомена: израз за ротор у цилиндричном координатном систему гласи

$$\operatorname{rot} \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(A_\phi r \right) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z .$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОС, ИР), ОДРЖАНОГ 10. ОКТОБРА 2010. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $E_\mathrm{s} = \varepsilon_\mathrm{r} E$. (б) $E_\mathrm{p} = (1 - \varepsilon_\mathrm{r})E$.

2. $J = \dfrac{\rho_\mathrm{s}}{\varepsilon}\sigma$.

3. $V(\mathbf{r}',t) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_v \dfrac{\rho\left(\mathbf{r}, t - \dfrac{R}{c_0}\right)}{R}\,\mathrm{d}v$, $\mathbf{A}(\mathbf{r}',t) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int_v \dfrac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r}, t - \dfrac{R}{c_0}\right)}{R}\,\mathrm{d}v$, $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$, $c_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$.

4. $A_\mathrm{min} = 3\sqrt{2}$, $A_\mathrm{max} = \sqrt{38}$.

5. $d \approx 3{,}68\,\mathrm{m}$ **.**

6. $\dfrac{P_\mathrm{R}}{P_\mathrm{T}} = \left(\dfrac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 G_\mathrm{T} G_\mathrm{R}$.

***7.** $a_{11} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}$, $a_{21} = a_{12} = a_{22} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 b}$.

*8. $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1}$.

ЗАДАЦИ

1. $\underline{\mathbf{E}}_\mathrm{ind} = -\mathrm{j}\dfrac{1}{6\pi}\omega\mu_0 J_{\mathrm{s}0}(b-a)(\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$, $\underline{\mathbf{E}}_q = \mathrm{j}\dfrac{J_{\mathrm{s}0}}{6\pi\varepsilon_0\omega}\left(\dfrac{b-a}{ab} + \mathrm{j}\beta\ln\dfrac{b}{a}\right)(\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$, $\underline{\mathbf{E}}_0 = \underline{\mathbf{E}}_\mathrm{ind} + \underline{\mathbf{E}}_q$.

2. $f = 300\,\mathrm{MHz}$, $E = 0{,}796\,\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$.

***3.** (а) $\mathbf{J}_\mathrm{A} = \mathrm{rot}\,\mathbf{M} = -\dfrac{\partial M}{\partial r}\mathbf{i}_\phi = -\dfrac{4M_0}{b^2} r\,\mathbf{i}_\phi$,

$\mathbf{J}_\mathrm{sA}(r=a) = M_0 \dfrac{a^2}{b^2}\mathbf{i}_z \times (-\mathbf{i}_r) = -M_0\dfrac{a^2}{b^2}\mathbf{i}_\phi$,

$\mathbf{J}_\mathrm{sA}(r=b) = M_0 \dfrac{2b^2 - a^2}{b^2}\mathbf{i}_z \times (+\mathbf{i}_r) = M_0\dfrac{2b^2 - a^2}{b^2}\mathbf{i}_\phi$.

(b) $$\mathbf{B}(r) = \begin{cases} 0, \ r < a \\ \mu_0 M_0 \dfrac{2r^2 - a^2}{b^2}\mathbf{i}_z, \ a < r < b \\ 0, \ r > a \end{cases} .$$