

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

10. октобар 2010.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ						
Индекс година/број		Презиме и име											
/							ИСПИТ						
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА		ОЦЕНА	

## ПИТАЊА

**1.** Усамљено тело од линеарног хомогеног савршеног диелектрика, релативне пермитивности  $\epsilon_r$  равномерно је наелектрисано по својој запремини. У једној тачки тела интензитет вектора јачине електричног поља је  $E$ . Полазећи од интегралног израза за вектор јачине електричног поља запреминске расподеле наелектрисања, извести, у тој тачки, израз за интензитет вектора јачине електричног поља који потиче само од: (а) слободног наелектрисања тела и (б) везаног наелектрисања тела.

(а)	(б)
-----	-----

**2.** На раздвојној површи савршеног проводника и несавршеног диелектрика пермитивности  $\epsilon$  и специфичне проводности  $\sigma$ , у стационарном струјном пољу, позната је густина слободног наелектрисања,  $\rho_s$ . Одредити интензитет вектора густине струје у диелектрику непосредно уз раздвојну површ.

**3.** У свакој тачки једног домена у вакууму познати су запреминска густина наелектрисања  $\rho(\mathbf{r}, t)$  и вектор густине запреминске струје  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ , где је  $\mathbf{r}$  вектор положаја тачке. Написати изразе за закаснели електрични скалар–потенцијал и закаснели магнетски вектор–потенцијал ове расподеле наелектрисања и струја. Нацртати слику и на њој назначити величине које се појављују и изразима.

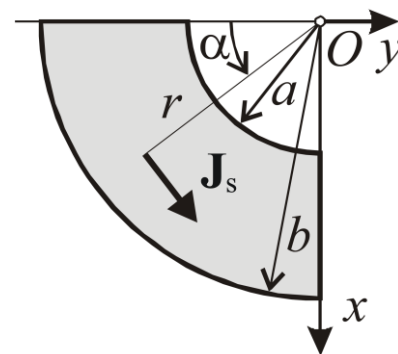
**4.** Израчунати минимални и максимални интензитет простопериодичног вектора чији је комплексни представник дат изразом  $\underline{\mathbf{A}} = 3\mathbf{i}_x + j3\mathbf{i}_y + (3 + j)\mathbf{i}_z$ .

5. Израчунати растојање које раван простопериодичан TEM талас треба да пређе кроз добар диелектрик, специфичне проводности  $\sigma_d = 10^{-3} \text{ S/m}$ , пермитивности  $\epsilon_0$  и пермеабилности  $\mu_0$ , да би му се ефективна вредност електричног поља двоструко смањила.

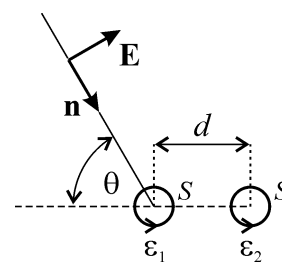
6. Израчунати учестаност на којој је фазни коефицијент простопериодичног TEM таласа који се простире кроз ваздух једнак  $1 \text{ m}^{-1}$ .

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји површинска простопериодична струја високе кружне учестаности  $\omega$  по површи једне четвртине кружног прстена, полупречника  $a$  и  $b$ . Временска зависност вектора густине површинске струје је дата изразом  $\mathbf{J}_s = \mathbf{J}_s(r, \alpha, t) = \sqrt{2} J_{s0} \sin(2\alpha) \cos(\omega t + \beta r) \mathbf{i}_\phi$ , где су  $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$  и  $a \leq r \leq b$ , као на слици,  $J_{s0}$  константа и  $\beta$  фазни коефицијент. Израчунати комплексни вектор јачине електричног поља у координатном почетку (тачки  $O$ ).



2. На две усамљене копланарне кружне жичане контуре у ваздуху наилази раван униформан простопериодичан TEM талас, под углом  $\theta = 60^\circ$  у односу на праву која спаја центре контура. Контуре су једнаких површина  $S = 1 \text{ cm}^2$ , а њихови су центри на међусобном растојању  $d = 0,25 \text{ m}$ . Орт простирања  $\mathbf{n}$  и вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}$  таласа леже у равни контура. Ефективна вредност електромоторне силе индуковане у првој контури је  $\epsilon_1 = 0,5 \text{ mV}$ , а ова електромоторна сила, у односу на референтне смерове приказане на слици, фазно предњачи електромоторној сили  $\epsilon_2$ , индукованој у другој контури, за  $\pi/4$ . Израчунати учестаност и ефективну вредност вектора јачине електричног поља овог таласа.



**Напомена:** дивергенција у цилиндричном координатном систему гласи  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ .

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 10. ОКТОБРА 2010. ГОДИНЕ

**ПИТАЊА**

1. (a) (a)  $E_s = \epsilon_r E$ . (б)  $E_p = (1 - \epsilon_r) E$ .

2.  $J = \frac{\rho_s}{\epsilon} \sigma$ .

3.  $V(\mathbf{r}', t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho\left(\mathbf{r}, t - \frac{R}{c_0}\right)}{R} dv$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{r}', t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r}, t - \frac{R}{c_0}\right)}{R} dv$ ,  $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$ ,  $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ .

4.  $A_{\min} = 3\sqrt{2}$ ,  $A_{\max} = \sqrt{38}$ .

5.  $d \approx 3,68 \text{ m}$ .

6.  $f \approx 47,75 \text{ MHz}$ .

**ЗАДАЦИ**

1.  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j \frac{1}{6\pi} \omega \mu_0 J_{s0} (b-a) (\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$ ,  $\underline{\mathbf{E}}_q = j \frac{J_{s0}}{6\pi\epsilon_0\omega} \left( \frac{b-a}{ab} + j\beta \ln \frac{b}{a} \right) (\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$ ,  $\underline{\mathbf{E}}_0 = \underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} + \underline{\mathbf{E}}_q$ .

2.  $f = 300 \text{ MHz}$ ,  $E = 0,796 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ .