

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОС, ИР, ОФ)

13. јануар 2011.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Написати потпуни систем диференцијалних једначина за електростатичко поље у произвољној средини.

2. Одредити отпорност уземљења сферног уземљивача, полупречника a , укопаног у хомогену земљу специфичне проводности σ , тако да је центар уземљивача на дубини d ($d \gg a$). Специфична проводност материјала од којег је уземљивач направљен много је већа од специфичне проводности земље.

3. У веома дугом и танком цилиндричном проводнику, константне специфичне проводности σ , дужине d и површине попречног пресека S ($S \ll d^2$), постоји хомогено споропроменљиво индуковано електрично поље, интензитета $E_{ind}(t)$, чији вектор је паралелан омотачу цилиндра. На крајеве цилиндричног проводника прикључен је волтметар, унутрашње отпорности R_v , који мери разлику електричних скалар-потенцијала на својим крајевима. Одредити показивање волтметра.

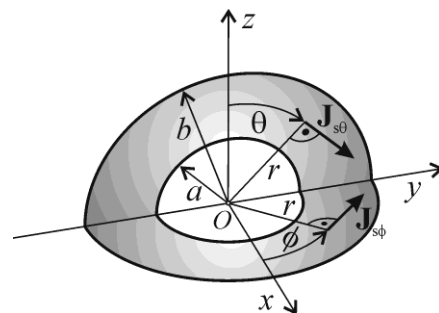
4. Израчунати тренутни интензитет и ефективну вредност простопериодичног вектора, кружне учестаности ω , чији је комплексни представник дат изразом $\underline{A} = \sqrt{7} \mathbf{i}_x + j4 \mathbf{i}_y + 3 \mathbf{i}_z$.

5. Полазећи од израза за закаснеле потенцијале у временском домену извести изразе за закаснеле потенцијале у комплексном домену. Скицирати слику и на њој назначити потребне величине.

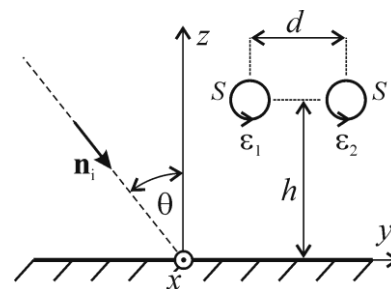
6. У добром немагнетском диелектрику, специфичне проводности $\sigma = 0,01 \text{ S/m}$ и релативне пермитивности $\epsilon_r = 3$, простире се раван униформан простопериодичан TEM талас учестаности $f = 5 \text{ GHz}$. Посматрају се две равни које су управне на правац простирања таласа и на међусобном растојању $d = 2 \text{ cm}$. Смер простирања таласа је од равни 1 ка равни 2. Израчунати количник амплитуда (E_2/E_1) и разлику фаза ($\Phi_2 - \Phi_1$) електричног поља таласа у ове две равни.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја високе кружне учестаности ω само по површи у облику два полукружна прстена, полупречника a и b , спојена под правим углом као на слици. Вектор густине површинске струје у Oxy равни дат је изразом $\mathbf{J}_{s\phi}(r, \phi, t) = \sqrt{2} J_{s0} \frac{r}{a} \cos \phi \cos(\omega t + r \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}) \mathbf{i}_\phi$, а у Oyz равни изразом $\mathbf{J}_{s\theta}(r, \theta, t) = \sqrt{2} J_{s0} \frac{r}{b} \cos \theta \cos(\omega t + \pi + r \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}) \mathbf{i}_\theta$, где је J_{s0} константа, $a \leq r \leq b$ и $-\pi/2 \leq \phi, \theta \leq \pi/2$. Одредити комплексни вектор магнетске индукције у координатном почетку (тачки O).



2. Кружно поларизован раван униформан простопериодичан TEM талас наилази на савршено проводну раван под углом $\theta = 40^\circ$ у односу на нормалу. На висини $h = 8 \text{ cm}$ изнад проводне равни постављене су две електрички мале кружне контуре, једнаких површина $S = 1 \text{ cm}^2$, тако да леже у Oyz равни, која је паралелна равни инциденције, а центри су им на међусобном растојању $d = 6 \text{ cm}$. (а) Написати изразе за комплексне представнике вектора јачине електричног и магнетског поља овог таласа у координатном систему са слике. (б) Израчунати таласну дужину и ефективну вредност електричног поља инцидентног таласа ако је познато да је ефективна вредност електромоторне силе индуковане у првој контури $\epsilon_1 = 7 \text{ mV}$ и да ова електромоторна сила, у односу на референтне смерове приказане на слици, фазно предњачи електромоторној сили ϵ_2 , индукованој у другој контури, за 111° .

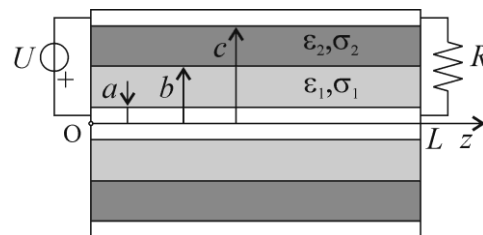


Додатак из првог дела градива

- ОС, ИР, ОФ -

Задаци

*3. Коаксијални кабл, дужине L и полупречника проводника a и c ($L \gg a, c$), има двослојни диелектрик, полупречника развојне површи b . Диелектрици су линеарни и хомогени, пермитивности ϵ_1 и ϵ_2 и специфичне проводности σ_1 и σ_2 (σ_1 и σ_2 су много мањи од специфичне проводности проводника кабла). Кабл је на једном крају прикључен на генератор временски константног напона U а на другом затворен отпорником отпорности R , као на уздужном пресеку приказаном на слици. Средина је свуда немагнетска. Одредити (а) подужну одводност кабла, (б) јачину струје у проводницима кабла, и (в) густину површинског наелектрисања на развојној површи диелектрика.



Питања

*7. Усамљено тело од линеарног хомогеног савшеног диелектрика, релативне пермитивности ϵ_r равномерно је наелектрисано по својој запремини. У једној тачки тела интензитет вектора јачине електричног поља је E . Полазећи од интегралног израза за вектор јачине електричног поља запреминске расподеле наелектрисања, извести, у тој тачки, израз за интензитет вектора јачине електричног поља који потиче само од: (а) слободног наелектрисања тела и (б) везаног наелектрисања тела.

*8. Магнетски вектор потенцијал сталног магнетског поља, у Декартовом координатном систему, дат је изразом $\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{A_0}{a^2} y^2 \mathbf{i}_x$, у домену $-a \leq x, y, z \leq a$ у којем нема побудних струја, где су A_0 и a позитивне константне величине. Средина је вакуум. Одредити израз за: (а) густину запреминских струја и (б) вектор магнетске индукције.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОС, ИР, ОФ),
ОДРЖАНОГ 13. ЈАНУАРА 2011. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. $\text{rot } \mathbf{E} = 0, \text{div } \mathbf{D} = \rho, \mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E}).$

2. $R_{uz} = \frac{1}{4\pi\sigma a}.$

3. $U(t) = \frac{R_V}{R_V + \frac{d}{\sigma S}} E_{\text{ind}}(t)d.$

4. $A(t) = A_{\text{eff}} = 4\sqrt{2}.$

5. $\underline{V}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_{v'}} \int \frac{\rho(\mathbf{r}')e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dv', \underline{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi_{v'}} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dv'.$

6. $\frac{E_2}{E_1} \approx 0,978, \Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{2\pi}{\sqrt{3}}.$

ЗАДАЦИ

1. $\underline{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 J_{s0}}{2\pi} \left(b - a + j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} \frac{b^2 - a^2}{2} \right) \left(\frac{1}{b} \mathbf{i}_x + \frac{1}{a} \mathbf{i}_z \right).$

2. (а) За десно поларизован талас је ($\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}, Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$)

$$\underline{\mathbf{E}} = E \frac{\sqrt{2}}{2} (\mathbf{i}_x + j(\cos\theta \mathbf{i}_y + \sin\theta \mathbf{i}_z)) e^{-j\beta(y\sin\theta - z\cos\theta)} \text{ и } \underline{\mathbf{H}} = \frac{E}{Z_0} \frac{\sqrt{2}}{2} (-(\cos\theta \mathbf{i}_y + \sin\theta \mathbf{i}_z) + j\mathbf{i}_x) e^{-j\beta(y\sin\theta - z\cos\theta)}.$$

(б) $\lambda(k) = \frac{d \sin\theta}{k + 111/360}, k = 0,1,2,\dots, \lambda(k=0) = 12,508 \text{ cm}, E \approx 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$

Додатак

*3. (а) $G' = \frac{2\pi\sigma_1\sigma_2}{\sigma_2 \ln \frac{b}{a} + \sigma_1 \ln \frac{c}{b}},$ (б) $I(Z) = \frac{U}{R} + G'U(L-z),$ (в) $\rho_s = \frac{G'U}{2\pi b} \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \right).$

*7. (а) $E_s = \epsilon_r E.$ (б) $E_p = (1 - \epsilon_r) E.$

*8. (а) $\mathbf{J} = -\frac{2A_0}{\mu_0 a^2} \mathbf{i}_x.$ (б) $\mathbf{B} = -2\frac{A_0}{a^2} y \mathbf{i}_z.$