ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОС, ИР, ОФ)

3. фебруар 2011.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

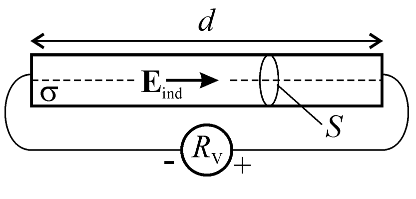
<table>
<tr><td colspan="10">ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)</td><td>КОЛОКВИЈУМ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Индекс
година/број</td><td colspan="7">Презиме и име</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">/</td><td colspan="7"></td><td>ИСПИТ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7">ПИТАЊА</td><td colspan="3">ЗАДАЦИ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>Укупно</td><td>1.</td><td>2.</td><td>Укупно</td><td>УКУПНО ПОЕНА</td><td>ОЦЕНА</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

ПИТАЊА

1. Три проводна тела, коначних димензија, наелектрисана су наелектрисањима $Q_1 = 1\,\mathrm{nC}$, $Q_2 = 2\,\mathrm{nC}$ и $Q_3 = 5\,\mathrm{nC}$, а потенцијали ових тела у односу на референтну тачку у бесконачности су $V_1 = 10\,\mathrm{V}$, $V_2 = 5\,\mathrm{V}$ и $V_3 = 2\,\mathrm{V}$, редом. Израчунати укупну електростатичку енергију овог система.

2. У танком бесконачно дугачком праволинијском проводнику постоји стална струја I. Околна средина је вакуум. Ако је $\mathbf{A}$ магнетски вектор-потенцијал, чему је једнак $\mathrm{rot}\,\mathbf{A}$ у произвољној тачки простора ван проводника? Образложити одговор.

3. У веома дугом и танком цилиндричном проводнику, константне специфичне проводности σ, дужине d и површине попречног пресека S ($S \ll d^2$), постоји хомогено споропроменљиво индуковано електрично поље, интензитета $E_{\mathrm{ind}}(t)$, чији вектор је паралелан оси цилиндра, као на слици. На крајеве цилиндричног проводника прикључен је волтметар, унутрашње отпорности R_{V}, који мери разлику електричних скалар-потенцијала на својим крајевима. Одредити показивање волтметра.



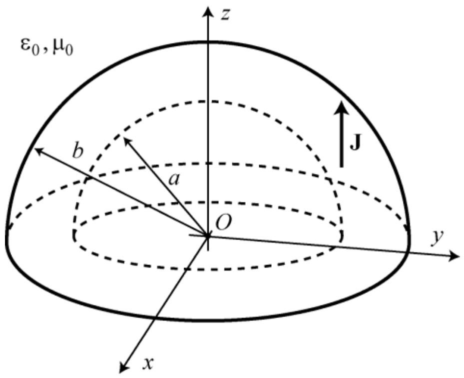
4. Израчунати минималну и максималну тренутну вредност интензитета простопериодичног вектора, кружне учестаности ω, чији је комплексни представник дат изразом $\underline{\mathbf{A}} = 2\mathbf{i}_x + \mathrm{j}2\mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z$.

5. Полазећи од израза за закаснеле потенцијале у временском домену извести изразе за закаснеле потенцијале у комплексном домену. Нацртати слику и на њој назначити потребне величине.

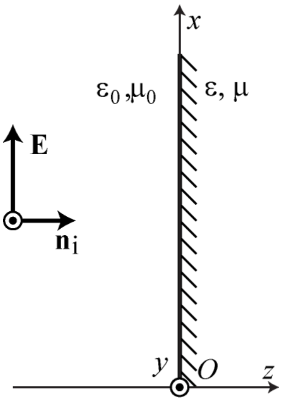
6. У добром немагнетском проводнику, специфичне проводности $\sigma = 6{,}4\,\mathrm{MS/m}$ и релативне пермитивности $\varepsilon_\mathrm{r} = 1$, простире се раван униформан простопериодичан ТЕМ талас учестаности $f = 4\,\mathrm{MHz}$. Посматрају се две равни које су управне на правац простирања таласа и на међусобном растојању $d = 0{,}2\,\mathrm{mm}$. Смер простирања таласа је од равни 1 ка равни 2. Израчунати количник амплитуда (E_2/E_1) и разлику фаза ($\Phi_2 - \Phi_1$) електричног поља таласа у ове две равни.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје брзопроменљиве простопериодичне запреминске струје, комплексне густине $\underline{\mathbf{J}}$ и кружне учестаности ω, само у домену ограниченом затвореном површи коју чине две полусфере, полупречника a и b ($a < b$), и раван кружни прстен, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b, као на слици. Вектор $\underline{\mathbf{J}}$ је константан и управан је на кружни прстен који лежи у Oxy равни Декартовог координатног система. (а) Полазећи од интегралног израза за магнетски вектор-потенцијал запреминских струја у комплексном облику, одредити магнетски вектор-потенцијал у координатном почетку (тачка O). (б) Полазећи од интегралног израза за магнетску индукцију запреминских струја у комплексном облику, одредити магнетску индукцију у координатном почетку (тачка O).



2. Раван униформан линијски поларизован простопериодичан ТЕМ талас ефективне вредности електричног поља $E = 1\,\mathrm{V/m}$ и учестаности $f = 300\,\mathrm{MHz}$ наилази управно на раздвојну површ ваздуха и савршеног хомогеног диелектрика релативне пермитивности $\varepsilon_\mathrm{r} = 9$ и релативне пермеабилности $\mu_\mathrm{r} = 1$. Талас наилази из ваздуха, као на слици. (а) Извести израз за коефицијент рефлексије и израчунати његову бројну вредност. (б) Одредити израз за ефективну вредност резултантног електричног поља у ваздуху. (в) Израчунати количник највеће и најмање ефективне вредности резултантног електричног поља у ваздуху. (г) Где у ваздуху треба поставити и како треба оријентисати електрички малу контуру да би ефективна вредност електомоторне силе индуковане у њој била највећа? Израчунати ту ефективну вредност ако је површина контуре $S = 30\,\mathrm{cm}^2$.

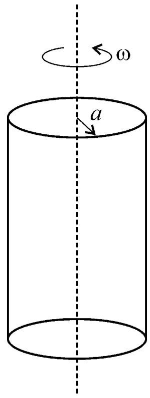


Додатак из првог дела градива

- ОС, ИР, ОФ -

Задаци

***3.** У неограниченој линеарној хомогеној средини релативне пермитивности ε_r, пермеабилности μ_0 и специфичне проводности $\sigma = 0$, постоје слободна наелектрисања, густине ρ, равномерно расподељена по домену облика веома дугог правог ваљка полупречника a. (а) Одредити расподелу везаних наелектрисања ваљка. (б) Ако ваљак ротира око своје осе константном угаоном брзином ω одредити вектор магнетске индукције у произвољној тачки средине. Сматрати да се приликом ротације не мења расподела наелектрисања ваљка.



Питања

***7.** Написати граничне услове за векторе **B** и **H** у стационарном магнетском пољу. Полазећи од тих услова, извести правило преламања линија вектора **B** на раздвојној површи две линеарне средине пермеабилности μ_1 i μ_2, ако на раздвојној површи нема кондукционих струја.

***8.** (а) Написати четири основне диференцијалне једначине квазистационарног електромагнетског поља у вакууму, у временском домену. (б) Полазећи од тих једначина извести једначину континуитета.

У цилиндричном координатном систему је: $\operatorname{div}\mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial(A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОС, ИР, ОФ), ОДРЖАНОГ 3. ФЕБРУАРА 2011. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. $W_\mathrm{e} = \frac{1}{2}Q_1V_1 + \frac{1}{2}Q_2V_2 + \frac{1}{2}Q_3V_3 = 15\,\mathrm{nJ}$.

2. $\mathrm{rot}\,\mathbf{A} = \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathbf{i}_\phi$, у цилиндричном координатном систему у којем је референтни смер струје у смеру $+z$ -осе.

3. $U(t) = \frac{R_\mathrm{V}}{R_\mathrm{V} + \frac{d}{\sigma S}} E_\mathrm{ind}(t) d$.

4. $A_\mathrm{min} = 2\sqrt{2}$, $A_\mathrm{max} = 4$.

5. $\underline{V}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_{v'} \frac{\underline{\rho}(\mathbf{r}')\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\mathrm{d}v'$, $\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi}\int_{v'} \frac{\underline{\mathbf{J}}(\mathbf{r}')\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\mathrm{d}v'$.

6. $\frac{E_2}{E_1} \approx 0{,}134$, $\Phi_2 - \Phi_1 = -0{,}64\pi$.

ЗАДАЦИ

1. а) $\underline{\mathbf{A}} = \frac{1}{2}\mu_0\underline{\mathbf{J}}\left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta b}}{\beta^2}(1+\mathrm{j}\beta b) - \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta a}}{\beta^2}(1+\mathrm{j}\beta a)\right)$. (б) $\underline{\mathbf{B}} = 0$.

2. (а) $R = \frac{1-\sqrt{\varepsilon_\mathrm{r}}}{1+\sqrt{\varepsilon_\mathrm{r}}} = -\frac{1}{2}$. (б) $E_\mathrm{rez}(z) = E\left|\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} + R\mathrm{e}^{+\mathrm{j}\beta z}\right| = E\sqrt{(1-R)^2 + 4R\cos^2(\beta z)}$. (в) $\frac{E_\mathrm{max}}{E_\mathrm{min}} = \frac{1+|R|}{1-|R|} = 3$.

(г) Контура треба да лежи у Oxz равни, на растојању $d_k = k\frac{\lambda}{2}, k = 1,2,\ldots$ од раздвојне површи. Ефективна вредност индуковане емс је $e_\mathrm{ind} = \frac{3\pi ES}{\lambda} = 9\pi\,\mathrm{mV} \approx 28{,}3\,\mathrm{mV}$.

Додатак

*3. (а) $\rho_\mathrm{p} = \frac{1-\varepsilon_\mathrm{r}}{\varepsilon_\mathrm{r}}\rho$, $\rho_\mathrm{sp} = \frac{\varepsilon_\mathrm{r}-1}{\varepsilon_\mathrm{r}}\frac{\rho a}{2}$. (б) $\mathbf{B} = \begin{cases} \frac{\rho a^2}{2}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_\mathrm{r}}\frac{r^2}{a^2}\right)\boldsymbol{\omega}, r < a \\ 0, r > a \end{cases}$.

*7. $B_\mathrm{1n} = B_\mathrm{2n}$, $\mathbf{n}\times(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_\mathrm{s}$, za $\mathbf{J}_\mathrm{s} = 0 \Rightarrow H_\mathrm{1t} = H_\mathrm{2t}$. $\frac{\mathrm{tg}\alpha_1}{\mathrm{tg}\alpha_2} = \frac{B_\mathrm{1t}/B_\mathrm{1n}}{B_\mathrm{2t}/B_\mathrm{2n}} = \frac{\mu_1 H_\mathrm{1t}}{\mu_2 H_\mathrm{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$, где су α_1 і α_2 углови које вектори густине струје у средини 1 и 2 заклапају са нормалом на раздвојну површ. Нормала је усмерена ка средини 1.

*8. (a) $\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$, $\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J}$, $\mathrm{div}\,\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$, $\mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0$. (b) $\mathrm{div}(\mathrm{rot}\,\mathbf{B}) = 0 = \mathrm{div}(\mu_0\mathbf{J}) \Rightarrow \mathrm{div}\,\mathbf{J} = 0$.