# КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

14. мај 2011.

**Напомене.** Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ | | Укупно поена |
|---|---|---|
| Индекс година/број | Презиме и име | |
| / | | |

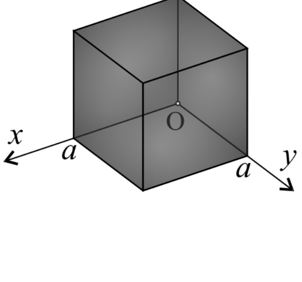
| ПИТАЊА | | | | ЗАДАЦИ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| | | | | | |

**ПИТАЊА**

**1**. Две паралелне квадратне металне плоче налазе се у ваздуху на међусобном растојању $d$ које је много мање од дужине странице плоча. Једна плоча је на константном потенцијалу $V_1$, а друга плоча на константном потенцијалу $V_2$. У простору између плоча постоји запреминско наелектрисање константне густине $\rho$. Решавањем Поасонове једначине одредити израз за потенцијал између плоча. Занемарити ефекте крајева плоча.

**2**. Полазећи од основних једначина за стационарно струјно поље, доказати да густина слободног наелектрисања у линеарној нехомогеној средини у којој постоји стационарно струјно поље у општем случају није једнака нули.

**3**. У коцки са слике постоји заостала магнетизација чији је вектор дат изразом $\mathbf{M} = M_0\left(\frac{a}{a+y}\mathbf{i}_x + \frac{x}{a+x}\mathbf{i}_y\right)$, где је $M_0$ константа. Одредити Амперове струје коцке.

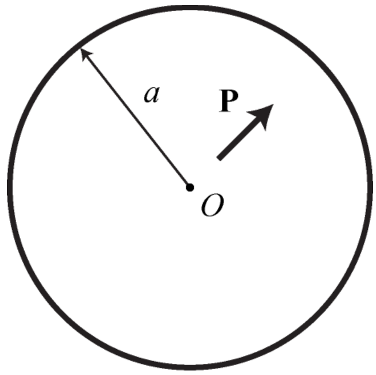


**4**. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за квазистационарно електромагнетско поље у вакууму. (б) Полазећи од тих једначина извести једначину континуитета**.**

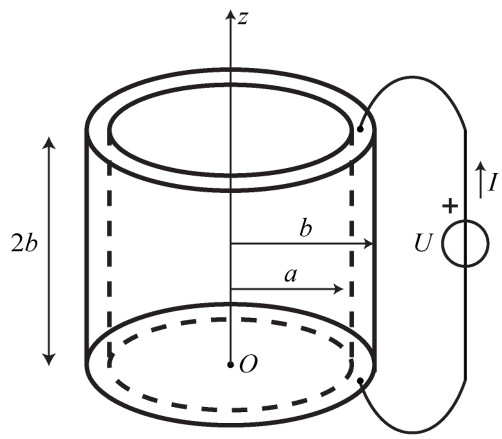
| (а) | (б) |
|---|---|
| | |

**ЗАДАЦИ**

**1**. У лопти од диелектрика полупречника $a$, приказаној на слици, постоји заостала поларизација. Вектор поларизације је дат изразом $\mathbf{P} = P_0 \dfrac{r}{a} \mathbf{i}_r$, где је $P_0$ константа, $r$ одстојање од центра лопте и $\mathbf{i}_r$ јединични вектор у радијалном правцу сферног координатног система чији је координатни почетак у центру лопте. Лопта се налази у ваздуху. Одредити изразе за: (а) расподелу запреминског и површинског везаног наелектрисања, (б) вектор електричног поља у произвољној тачки у лопти и изван ње и (в) електростатички потенцијал у лопти и ван ње у односу на референтну тачку у бесконачности.




**2**. Шупаљ цилиндар унутрашњег полупречника $a$, спољашњег полупречника $b > a$ и висине $2b$, начињен је од материјала пермитивности $\varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 + \dfrac{z^2}{2b^2}\right)$ и специфичне проводности $\sigma = \sigma_0 \dfrac{b}{z}$, где је $z$ одстојање од доњег базиса. Цилиндар се налази у вакууму. Базиси цилиндра су пресвучени танким слојем савршеног проводника и прикључени жичаним проводницима на временски константан напон $U$ (као на слици). Одредити изразе за: (а) проводност цилиндра, (б) јачину струје $I$ у прикључним проводницима и (в) запреминску густину слободног наелектрисања у цилиндру.




Напомена

Дивергенција у цилиндричном координатном систему гласи $\operatorname{div} \mathbf{A} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial (A_r r)}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$.

Дивергенција у сферном координатном систему гласи $\operatorname{div} \mathbf{A} = \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(A_r r^2\right) + \dfrac{1}{r \sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial \theta}\left(A_\theta \sin\theta\right) + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

# ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ 14. МАЈА 2011. ГОДИНЕ

**ПИТАЊА**

1. (а) $V(x) = -\dfrac{\rho_0}{2\varepsilon_0}x^2 + \left(\dfrac{\rho_0}{2\varepsilon_0}d + \dfrac{V_2 - V_1}{d}\right)x + V_1$, где је $x$-оса нормална на плоче, $x = 0$ на месту плоче потенцијала $V_1$ и $x = d$ на месту плоче потенцијала $V_2$.

2. $\rho = \operatorname{div}\left(\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\mathbf{J}\right) = \mathbf{J}\cdot\operatorname{grad}\dfrac{\varepsilon}{\sigma}$.

3. $\mathbf{J}_{\mathrm{A}}(x,y,z) = M_0\left(\dfrac{a}{(a+x)^2} + \dfrac{a}{(a+y)^2}\right)\mathbf{i}_z$ $\quad \mathbf{J}_{\mathrm{sA}}(x=0,y,z) = 0$, $\quad \mathbf{J}_{\mathrm{sA}}(x=a,y,z) = -\dfrac{M_0}{2}\mathbf{i}_z$, $\quad \mathbf{J}_{\mathrm{sA}}(x,y=0,z) = -M_0\,\mathbf{i}_z$, $\mathbf{J}_{\mathrm{sA}}(x,y=a,z) = \dfrac{M_0}{2}\mathbf{i}_z$, $\mathbf{J}_{\mathrm{sA}}(x,y,z=0) = M_0\left(-\dfrac{x}{a+x}\mathbf{i}_x + \dfrac{a}{a+y}\mathbf{i}_y\right)$, $\mathbf{J}_{\mathrm{sA}}(x,y,z=a) = M_0\left(\dfrac{x}{a+x}\mathbf{i}_x - \dfrac{a}{a+y}\mathbf{i}_y\right)$.

4. (а) $\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\mu_0\dfrac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}$, $\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\operatorname{div}\mathbf{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$, $\operatorname{div}\mathbf{H} = 0$. (б) $\operatorname{div}(\operatorname{rot}\mathbf{H}) = \operatorname{div}\mathbf{J} \Rightarrow \operatorname{div}\mathbf{J} = 0$.

**ЗАДАЦИ**

1. (а) $\rho_{\mathrm{p}} = -\operatorname{div}\mathbf{P} = -\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(P_0\dfrac{r}{a}r^2\right) = -\dfrac{3P_0}{a}$, $\rho_{\mathrm{ps}} = P_0$.

(б) $\mathbf{E}(r) = \begin{cases} -\dfrac{P_0 r}{\varepsilon_0 a}\mathbf{i}_r, r < a \\ 0, r > a \end{cases}$.

(в) $V(r) = \begin{cases} -\dfrac{P_0 a}{2\varepsilon_0}\left(1 - \dfrac{r^2}{a^2}\right), & r < a \\ 0, & r \ge a \end{cases}$.

2. (а) $G = \dfrac{(b^2 - a^2)\pi\sigma_0}{2b}$.

(б) $I = GU$.

(в) $\rho = \operatorname{div}(\varepsilon\mathbf{E}) = -\dfrac{\varepsilon_0 U}{2b^2}\left(1 + \dfrac{3z^2}{2b^2}\right)$.