ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ)

17. јун 2011.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број	Презиме и име										
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ				
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем интегралних једначина за електростатичко поље у вакууму у чијој је свакој тачки позната запреминска густина наелектрисања. (б) Написати исказе теореме Гаус-Остроградског и Стоксове теореме. (в) Полазећи од релација написаних под (а) и (б) извести потпуни систем диференцијалних једначина за електростатичко поље у вакууму.

(а)	(б)	(в)

2. (а) Написати диференцијалну једначину коју у немагнетској средини задовољава магнетски вектор-потенцијал, $\mathbf{A}$, у стационарном магнетском пољу. (б) У врло дугачком праволинијском проводнику, полупречника a, постоји стална струја I. Проводник је начињен од немагнетског материјала, а орт у смеру струје I означен је са $\mathbf{i}_J$. Чему је једнак $\Delta\mathbf{A}$, у проводнику и ван њега?

(а)	(б)

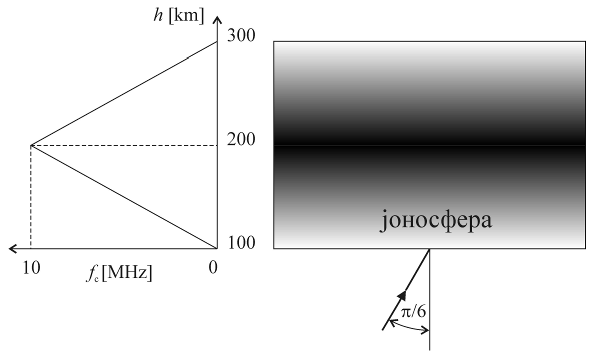
3. У танкој кружној контури, полупречника a, успостављена је простопериодична струја $i(t)$. Контура се налази у вакууму. Центар контуре налази се у центру танке савршено проводне сферне љуске полупречника $3a$. Одредити флукс Поинтинговог вектора кроз унутрашњу површ сферне љуске.

4. Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања ТЕМ таласа у средини са губицима, извести израз за коефицијент слабљења у добром немагнетском диелектрику релативне пермитивности ε_r и специфичне проводности σ, на учестаности f.

5. Израчунати, коефицијент трансмисије равног униформног простопериодичног таласа, који наилази нормално из ваздуха на бесконачно велику равну површ воде. Релативна пермитивност воде је $\varepsilon_\mathrm{r} = 81$, а специфична проводност $\sigma = 1\,\mathrm{mS/m}$. Учестаност таласа је $f = 1\,\mathrm{GHz}$.

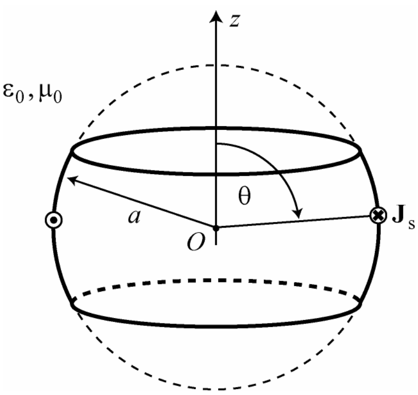
6. На слици је приказан слој јоносфере висине између $100\,\mathrm{km}$ и $300\,\mathrm{km}$. Критична учестаност овог слоја апроксимирана је са два линеарна сегмента – линеарно расте од $0\,\mathrm{MHz}$ до $10\,\mathrm{MHz}$, затим линеарно опада од $10\,\mathrm{MHz}$ до $0\,\mathrm{MHz}$. Заједнички максимум оба сегмента је на висини од $200\,\mathrm{km}$, као што је приказано на слици. (а) Израчунати учестаност равног ТЕМ таласа који на јоносферу наилази под упадним углом од $\pi/6$ тако да се тотално рефлектује од јоносфере на висини од $150\,\mathrm{km}$. (б) Објаснити зашто до тоталне рефлексије не може доћи на висинама већим од $200\,\mathrm{km}$.

(а)	(б)

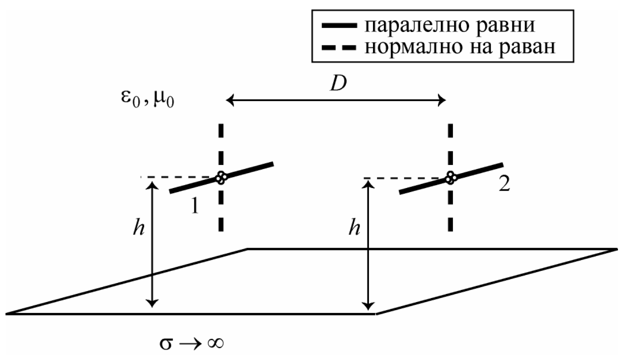


ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје брзопроменљиве простопериодичне струје само по површи дела сфере, која је приказана на слици. Полупречник сфере је a, а део на коме постоје струје дефинисан је сферним координатама $\frac{\pi}{4} \le \theta \le \frac{3\pi}{4}$ и $-\pi < \phi \le \pi$, при чему је центар сфере у координатном почетку. Површинска густина струје је позната и дата је изразом $\mathbf{J}_\mathrm{s}(\theta, t) = J_{\mathrm{s}0}\sqrt{2}\sin\theta \sin\frac{\phi}{2}\cos\omega t\ \mathbf{i}_\phi$. Одредити комплексне представнике за: (а) расподелу површинског наелектрисања и (б) електрични скалар-потенцијал тог наелектрисања у координатном почетку (тачки O).



2. Два полуталасна дипола, постављена су паралелно један другоме, на међусобном растојању $D = 3\,\mathrm{m}$. Тачке напајања дипола налазе се на висини $h = 1\,\mathrm{m}$ изнад бесконачно велике савршено проводне равни. Први дипол се напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 1\,\mathrm{GHz}$, снагом $P_0 = 10\ \mathrm{W}$. Други дипол је пријемни. Средина је вакуум. Диполи су прво постављени паралелно равни, а ефективна вредност индуковане електромоторне силе у пријемном диполу је ε_p. Затим су диполи постављени нормално на раван, а ефективна вредност индуковане електромоторне силе у пријемном диполу је ε_n. Израчунати однос $\frac{\varepsilon_\mathrm{n}}{\varepsilon_\mathrm{p}}$.



Напомена: Израз за дивергенцију у сферном координатном систему гласи

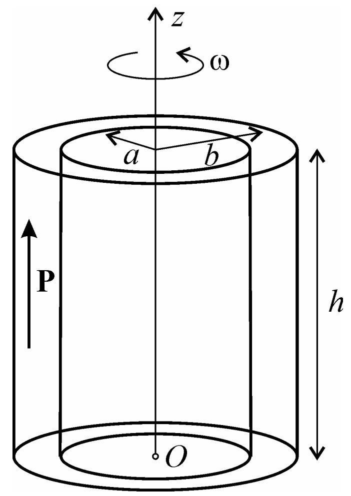
$$\operatorname{div}\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(A_r r^2\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(A_\theta \sin\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}.$$

Додатак из првог дела градива

- ОФ -

Задаци

***3.** У вакууму се налази шупаљ прав диелектрични ваљак, унутрашњег полупречника a, спољашњег полупречника b и висине h. У ваљку постоји заостала поларизација чији је вектор паралелан оси ваљка и константног интензитета P. (а) Одредити расподелу везаних наелектрисања ваљка. (б) Ако ваљак ротира око своје осе константном угаоном брзином ω одредити вектор магнетске индукције у подножју ваљка (тачка O на слици). Сматрати да се приликом ротације не мења расподела наелектрисања ваљка.



Питања

***7.** Полазећи од дефиниције проводности, извести везу између проводности и капацитивности кондензатора са несавршеним линеарним хомогеним диелектриком, пермитивности ε и специфичне проводности σ.

***8.** (а) У средини у којој постоји квазистационарно електромагнетско поље магнетски вектор-потенцијал познат је у свим тачкама затворене контуре C. Одредити магнетски флукс кроз произвољну површ ослоњену о ову контуру.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ), ОДРЖАНОГ 17. ЈУНА 2011. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = 0$, $\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_v \rho\, dv$. (б) $\oint_S \mathbf{A}\cdot d\mathbf{S} = \iiint_v \mathrm{div}\mathbf{A}\, dv$, $\oint_C \mathbf{A}\cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathrm{rot}\mathbf{A}\cdot d\mathbf{S}$. (в) $\mathrm{rot}\mathbf{E} = 0$, $\mathrm{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$.

2. (а) $\Delta\mathbf{A} = -\mu_0\mathbf{J}$. (б) $\Delta\mathbf{A} = \begin{cases} -\mu_0\dfrac{I}{a^2\pi}\mathbf{i}_J, & \text{у проводнику} \\ 0, & \text{ван проводника} \end{cases}$.

3. $\oint_S \mathbf{P}\cdot d\mathbf{S} = 0$.

4. $\alpha = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}$.

5. $Z_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, $Z_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r\left(1 - j\frac{\sigma}{2\pi f\varepsilon_0\varepsilon_r}\right)}} \approx \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}$, $T = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} = 0{,}2$.

6. (а) $f = \frac{f_c(150\,\mathrm{km})}{\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{5\,\mathrm{MHz}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\mathrm{MHz}$ (б) На висинама већим од $200\,\mathrm{km}$ талас се прелама ка нормали, па не може доћи до тоталне рефлексије.

***7.** $G = \frac{\sigma}{\varepsilon}C$.

***8.** $\Phi = \oint_C \mathbf{A}\cdot d\mathbf{l}$, нормала на површ и смер обиласка контуре везани су правилом десне завојнице.

ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\rho}_s = j\frac{J_{s0}}{2\omega a}\cos\frac{\phi}{2}$. (б) $\underline{V} = j\frac{J_{s0}\sqrt{2}}{2\pi\varepsilon_0\omega}e^{-j\beta a}$.

2. $\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_p} = \frac{\left|\frac{e^{-j\beta D}}{D} + \frac{e^{-j\beta R}}{R}F^2\right|}{\left|\frac{e^{-j\beta D}}{D} - \frac{e^{-j\beta R}}{R}\right|}$, где је $\beta = 2\pi f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, $R = \sqrt{4h^2 + D^2}$ и $F = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{2h}{R}\right)}{\frac{D}{R}}$, односно $\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_p} \approx 7{,}53$.

3. (а) $\rho_{ps} = \begin{cases} +P, & z = h \\ -P, & z = -h \end{cases}$, $\rho = 0$. (б) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 P\omega}{2}\left(\frac{2h^2 + b^2}{\sqrt{h^2 + b^2}} - \frac{2h^2 + a^2}{\sqrt{h^2 + a^2}} - b + a\right)\mathbf{i}_z$.