

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

17. јун 2011.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омогу вежбанке.

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат) | | | | | | | | | | КОЛОКВИЈУМ | |
|--|----|---------------|----|----|----|--------|----|----|--------|--------------|-------|
| Индекс година/број | | Презиме и име | | | | | | | | | |
| / | | | | | | | | | | ИСПИТ | |
| ПИТАЊА | | | | | | ЗАДАЦИ | | | | | |
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | Укупно | 1. | 2. | Укупно | УКУПНО ПОЕНА | ОЦЕНА |
| | | | | | | | | | | | |

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем интегралних једначина за електростатичко поље у вакууму у чијој је свакој тачки позната запреминска густина наелектрисања. (б) Написати исказе теореме Гаус-Остроградског и Стоксове теореме. (в) Полазећи од релација написаних под (а) и (б) извести потпуни систем диференцијалних једначина за електростатичко поље у вакууму.

| | | |
|-----|-----|-----|
| (а) | (б) | (в) |
|-----|-----|-----|

2. (а) Написати диференцијалну једначину коју у немагнетској средини задовољава магнетски вектор-потенцијал, \mathbf{A} , у стационарном магнетском пољу. (б) У врло дугачком праволинијском проводнику, полупречника a , постоји стална струја I . Проводник је начињен од немагнетског материјала, а орт у смеру струје I означен је са \mathbf{i}_J . Чему је једнак $\Delta \mathbf{A}$, у проводнику и ван њега?

| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

3. (а) Написати Поинтингову теорему у комплексном домену за најопштији случај. (б) У танкој кружној контури, полупречника a , успостављена је простопериодична струја $i(t)$. Контура се налази у вакууму. Центар контуре налази се у центру танке савршено проводне сферне љуске полупречника $3a$. Одредити флуks Поинтинговог вектора кроз унутрашњу површ сферне љуске.

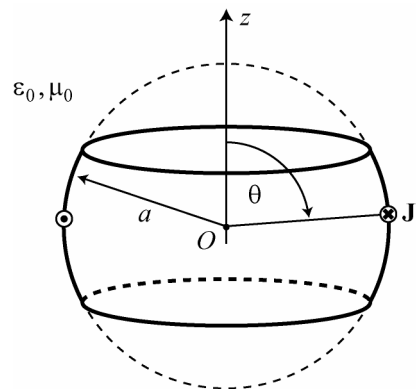
4. Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања ТЕМ таласа у средини са губицима, извести израз за коефицијент слабљења у добром немагнетском диелектрику релативне пермитивности ϵ_r и специфичне проводности σ , на учестаности f .

5. Израчунати коефицијент трансмисије равног униформног простопериодичног таласа, који наилази нормално из ваздуха на бесконачно велику равну површ воде. Релативна пермитивност воде је $\epsilon_r = 81$, а пермеабилност је μ_0 . Учестаност таласа је $f = 1 \text{ GHz}$.

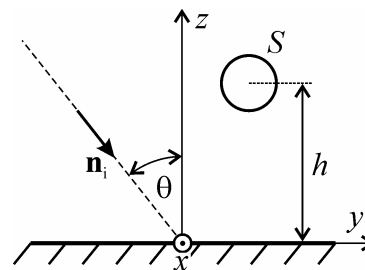
6. Полазећи од израза за закаснеле потенцијале у временском домену извести изразе за закаснеле потенцијале у комплексном домену. Нацртати слику и на њој назначити потребне величине.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје брзопроменљиве простопериодичне струје само по површи дела сфере, која је приказана на слици. Полупречник сфере је a , а део на коме постоје струје дефинисан је сферним координатама $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$ и $-\pi < \phi \leq \pi$, при чему је центар сфере у координатном почетку. Површинска густина струје је позната и дата је изразом $\mathbf{J}_s(\theta, t) = J_{s0} \sqrt{2} \sin \theta \sin \frac{\phi}{2} \cos \omega t \mathbf{i}_\phi$. Одредити комплексне представнике за: (а) расподелу површинског наелектрисања и (б) електрични скалар-потенцијал тог наелектрисања у координатном почетку (тачки O).



2. Раван простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, таласне дужине $\lambda = 0,75 \text{ m}$ и ефективне вредности електричног поља $E = 0,5 \text{ V/m}$, наилази из ваздуха на бесконачну савршено проводну раван, под углом $\theta = 40^\circ$ у односу на нормалу. Израчунати ефективну вредност емс индуковане у електрички малој равној контури, површине $S = 0,5 \text{ cm}^2$, која лежи у равни инциденције и налази се на висини $h = 0,35 \text{ m}$ изнад савршено проводне равни, као на слици.



Напомена: Израз за дивергенцију у сферном координатном систему гласи

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 17. ЈУНА 2011. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (а) $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$, $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho \, dv$. (б) $\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \text{div} \mathbf{A} \, dv$, $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \text{rot} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$. (в) $\text{rot} \mathbf{E} = 0$, $\text{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$.

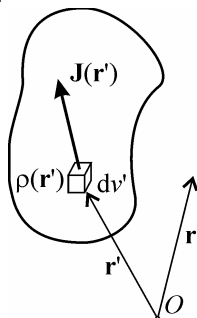
2. (а) $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$. (б) $\Delta \mathbf{A} = \begin{cases} -\mu_0 \frac{I}{a^2 \pi} \mathbf{i}_J, & \text{у проводнику} \\ 0, & \text{ван проводника} \end{cases}$.

3. (а) $-\int_V \mathbf{J}_1^* \cdot \mathbf{E} \, dv = \int_V \sigma E^2 \, dv + j\omega \int_V (\mu H^2 - \epsilon^* E^2) \, dv + \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S}$. (б) $\oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = 0$.

4. $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}}$.

5. $Z_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $Z_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}}$, $T = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} = 0,2$.

6. $\underline{V}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{v'} \frac{\rho(\mathbf{r}') e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \, dv'$, $\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{v'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \, dv'$.



ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\rho}_s = j \frac{J_{s0}}{2\omega a} \cos \frac{\phi}{2}$. (б) $\underline{V} = j \frac{J_{s0} \sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 \omega} e^{-j\beta a}$.

2. $\epsilon = \frac{2\sqrt{2}\pi}{\lambda} ES |\cos(\beta h \cos \theta)| = 0,18 \text{ mV}$.