

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

8. јул 2011.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем интегралних једначина за стационарно магнетско поље уколико је у свакој тачки домена познат вектор запреминских струја, \mathbf{J} . (б) Написати исказе теореме Гаус-Остроградског и Стоксове теореме. (в) Полазећи од претходно написаних једначина извести потпуни систем диференцијалних једначина за стационарно магнетско поље.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

2. (а) Написати потпуни систем интегралних једначина за стационарно струјно поље у линеарној средини. (б) Полазећи од претходно написаних једначина извести граничне услове за вектор електричног поља и вектор густине запреминских струја на граничној површи средина параметара ϵ_1, σ_1 и ϵ_2, σ_2 .

(а)	(б)
-----	-----

3. У домену коцке, странице $a = 1 \text{ m}$, познат је вектор побудних струја $\mathbf{J}_i = 10(1 - j) \text{ mA/m}^2 \mathbf{i}_x$ и вектор електричног поља $\mathbf{E} = 5 \text{ mV/m} \mathbf{i}_x$. Израчунати комплексну снагу извора електромагнетског поља у задатом домену.

4. (a) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику и комплексном домену. Сматрати да нема побудног поља и побудних струја. (б) Полазећи од претходно написаних једначина извести таласну једначину за комплексни вектор магнетског поља, $\underline{\mathbf{H}}$.

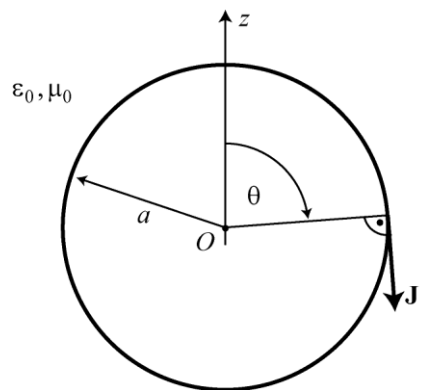
(a)	(б)
-----	-----

5. Израчунати коефицијент рефлексије у децибелима, равнoг униформног простопериодичног таласа, који наилази нормално из ваздуха на бесконачно велику равну површ воде. Релативна пермитивност воде је $\epsilon_r = 81$, а пермеабилност је μ_0 . Учестаност таласа је $f = 1 \text{ GHz}$.

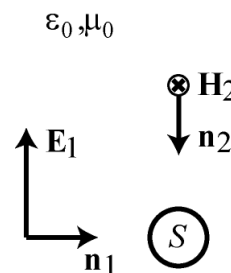
6. Полазећи од израза за закаснеле потенцијале у временском домену извести изразе за закаснеле потенцијале у комплексном домену. Скицирати слику и на њој назначити потребне величине.

ЗАДАЦИ

1. На површи усамљене сфере у вакууму, полупречника a , постоје брзопроменљива површинска наелектрисања густине $\rho_s = \sqrt{2}\rho_{s0} \cos \theta \cos \omega t$, $0 \leq \theta \leq \pi$, где је ρ_{s0} константа. Одредити изразе за: (a) комплексни вектор густине површинске струје, $\underline{\mathbf{J}}_s = J_s \hat{\mathbf{i}}_\theta$ и (б) комплексни магнетски вектор-потенцијал, $\underline{\mathbf{A}}$, у центру сфере (тачка O на слици). Сматрати да је густина површинске струје, J_s , нула у тачки одређеној углом $\theta = 0$.



2. Два равна униформна линијски поларизована простопериодична TEM таласа, истих угаоних учестаности ω , простиру се у вакууму. У пољу ових таласа налази се и електрички мала равна контура површине S . Вектор електричног поља првог таласа \mathbf{E}_1 , као и јединични вектори у смеру простирања оба таласа \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 налазе се у истој равни као и контура, а вектор магнетског поља другог таласа, \mathbf{H}_2 , је у правцу који је нормалан на раван контуре, као на слици. Правци простирања таласа су међусобно управни. Ефективна вредност електричног поља првог таласа је E_1 , а ефективна вредност магнетског поља другог таласа је H_2 . На месту контуре, електрично поље другог таласа фазно предњачи електричном пољу првог таласа за $\frac{\pi}{3}$. Одредити израз за ефективну вредност индуковане електромоторне силе у контури.



Напомена: дивергенција у сферном координатном систему гласи $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 8. ЈУЛА 2011. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$, $\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$. (б) $\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \text{div} \mathbf{A} \, dv$, $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \text{rot} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$. (в) $\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\text{div} \mathbf{B} = 0$.

2. (a) $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$, $\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0$. (б) $\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$, $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) = 0$.

3. $-\int_V \mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E} \, dv = -50(1+j)\mu\text{W}$.

4. (a) $\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}$, $\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}$, $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$. (б) $\Delta \mathbf{H} + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{H} = 0$.

5. $R = 20 \log_{10} \left| \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} - \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} + \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}} \right| \approx -2 \text{ dB}$.

6. $\underline{V}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{v'}} \int \frac{\rho(\mathbf{r}') e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dv'$, $\underline{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi_{v'}} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dv'$.

ЗАДАЦИ

1. (a) Комплексна густина површинског наелектрисања је $\underline{\rho}_s = \rho_{s0} \cos \theta$. Веза између вектора густине струје и површинског наелектрисања, на основу једначине континуитета, је $\frac{\partial(\sin \theta \underline{J}_s)}{\partial \theta} = -j\omega a \rho_{s0} \sin \theta \cos \theta$. Решавањем ове диференцијалне једначине, уз почетни услов наведен у задатку, добија се $\underline{J}_s = -j \frac{\omega a \rho_{s0}}{2} \sin \theta \mathbf{i}_\theta$. (б) Комплексни магнетски вектор-потенцијал у тачки O је $\underline{A} = j \frac{\omega \mu_0 \rho_{s0} a^2 e^{-j\beta a}}{3} \mathbf{i}_z$.

2. Ефективна вредност резултантног магнетског поља на месту контуре је $H = \sqrt{\left(E_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} - \frac{H_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} H_2\right)^2}$, па је ефективна вредност индуковане електромоторне силе $\varepsilon = \omega \mu_0 H S$.