# КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ, ОС, ИР)

5. новембар 2011.

**Напомене.** Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ | | Укупно поена |
|---|---|---|
| Индекс година/број | Презиме и име | |
| / | | |

| ПИТАЊА | | | | ЗАДАЦИ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| | | | | | |

**ПИТАЊА**

**1**. Полазећи од диференцијалних једначина које описују електростатичко поље и везе између електростатичког потенцијала и електричног поља, извести диференцијалну једначину коју задовољава електростатички потенцијал у простору у коме је позната густина слободног наелектрисања $\rho$ уколико је средина (а) линеарна и хомогена и (б) линеарна и нехомогена.

| |
|---|
| (а) |
| (б) |

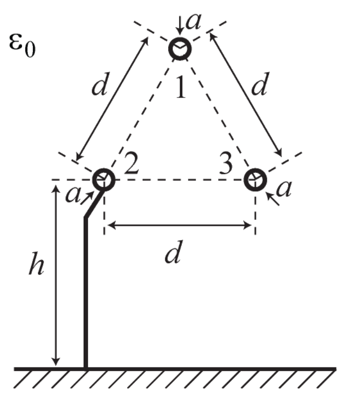
**2**. У лопти од диелектрика постоји заостала поларизација дата изразом $\mathbf{P} = P_0 \frac{r}{a} \mathbf{i}_r$, $0 \le r < a$, где је $P_0$ константа, а $\mathbf{i}_r$ јединични вектор у радијалном правцу сферног координатног система чији се координатни почетак поклапа са центром лопте. Одредити израз за густину запреминског и површинског везаног наелектрисања.

**3**. Вектор магнетске индукције, у Декартовом координатном систему, дат је изразом $\mathbf{B} = \frac{B_0}{d^3}\left(y^3\, \mathbf{i}_x + x^3\, \mathbf{i}_y\right)$, $-d \le x, y \le d$, где су $B_0$ и $d$ константе. Да ли постоје струје којима је могуће остварити овакво стационарно магнетско поље? Образложити одговор.

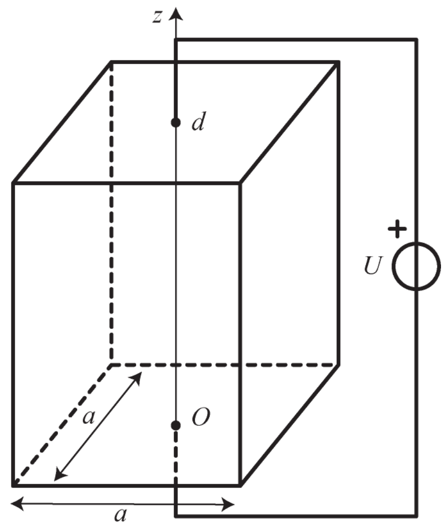
**4**. Написати потпуни систем Максвелових једначина за стационарно струјно поље у диференцијалном облику.

**ЗАДАЦИ**

**1**. Три танка паралелна жичана проводника постављена су у ваздуху паралелно проводној равни. Попречни пресек система је приказан на слици. Полупречник сваке жице је $a = 0{,}2\ \mathrm{mm}$. Растојање између оса суседних проводника је $d = 10\ \mathrm{mm}$, а висина $h = 100\ \mathrm{mm}$. Електростатички потенцијал првог жичаног проводника је $V_1 = 220\ \mathrm{V}$ у односу на проводну раван. Други жичани проводник је кратко спојен за проводну раван. (а) Израчунати коефицијенте потенцијала овог система. (б) Уколико је трећи жичани проводник ненаелектрисан, израчунати његов потенцијал, $V_3$.




**2**. Плочасти кондензатор са квадратним електродама странице $a$, приказан на слици, испуњен је нехомогеним несавршеним диелектриком дебљине $d$, пермитивности $\varepsilon(z) = \varepsilon_0\left(2 + \frac{z}{d}\right)$, специфичне проводности $\sigma(z) = \sigma_0\left(3 + \frac{z}{d}\right)$ и пермеабилности $\mu_0$, где су $\varepsilon_0$, $\sigma_0$ и $\mu_0$ константе, а $0 \le z \le d$. Електроде су врло танке, а проводник од кога су начињене може се сматрати савршеним. Кондензатор је прикључен на идеалан напонски генератор сталног напона $U$. Занемарујући ефекте крајева одредити: (а) вектор густине запреминске струје у диелектрику, (б) проводност кондензатора и (в) густину запреминског слободног наелектрисања у кондензатору.




Напомена: израз за дивергенцију у сферном координатном систему гласи

$$\operatorname{div}\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(A_r r^2\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(A_\theta \sin\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}.$$

# ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ, ОС, ИР), ОДРЖАНОГ 5. НОВЕМБРА 2011. ГОДИНЕ

**ПИТАЊА**

1. (а) $\Delta V + \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{grad} V \cdot \operatorname{grad} \varepsilon = -\frac{\rho}{\varepsilon}$. (б) $\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon}$.

2. $\rho_\mathrm{v} = -\frac{3P_0}{a}$, $\rho_\mathrm{sv} = P_0$.

3. Могуће је остварити задато стационарно магнетско поље јер је $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$. Струје су одређене са $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$.

4. $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$, $\operatorname{div} \mathbf{J} = 0$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$.

**ЗАДАЦИ**

1. (а) $a_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{2\left(h + \frac{d\sqrt{3}}{2}\right)}{a} = 125{,}7 \cdot 10^9 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$, $a_{22} = a_{33} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{2h}{a} = 124{,}2 \cdot 10^9 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$,

$$a_{12} = a_{21} = a_{13} = a_{31} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{\sqrt{\left(2h + \frac{d\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{d\sqrt{3}}{4}\right)^2}}{d} = 54{,}6 \cdot 10^9 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}},\ a_{23} = a_{32} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{\sqrt{d^2 + 4h^2}}{d} = 53{,}9 \cdot 10^9 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}.$$

(б) $V_3 = \frac{a_{31} - a_{32}\frac{a_{21}}{a_{22}}}{a_{11} - a_{21}\frac{a_{12}}{a_{22}}} V_1 \approx 67\ \mathrm{V}$.

2. (а) $\mathbf{J} = -\frac{\sigma_0 U}{d \ln\frac{4}{3}} \mathbf{i}_z$. (б) $G = \frac{a^2 \sigma_0}{d \ln \frac{4}{3}}$. (в) $\rho = \operatorname{div}\mathbf{D} = -\frac{\varepsilon_0 U}{d^2 \left(3 + \frac{z}{d}\right)^2 \ln\frac{4}{3}}$.