КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

5. новембар 2011.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

<table>
<tr><td colspan="2">ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</td><td>Укупно поена</td></tr>
<tr><td>Индекс
година/број</td><td>Презиме и име</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>/</td><td></td></tr>
</table>

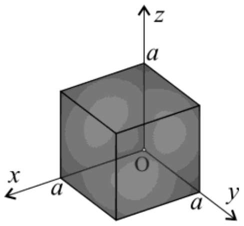
<table>
<tr><td colspan="4">ПИТАЊА</td><td colspan="2">ЗАДАЦИ</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

ПИТАЊА

1. Запреминска наелектрисања константне густине ρ распоређена су у ваздуху по домену облика сфере полупречника a. (а) За сферни координатни систем, са координатним почетком у центру сфере, написати Поасонову једначину у сфери и ван ње. Ако је познат потенцијал на површи сфере у односу на референтну тачку у бесконачности, V_0, решавањем Поасонове једначине одредити израз за потенцијал у (б) тачкама у сфери, и (в) тачкама ван сфере.

(а)	(б)	(в)

2. У коцки од диелектрика дужине странице a, приказаној на слици, познат је вектор поларизације $\mathbf{P} = P_0 \dfrac{x\,z(z-a)}{a^3}(\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_z)$, где је P_0 константа. Коцка је у вакууму. Одредити расподелу везаних наелектрисања коцке.



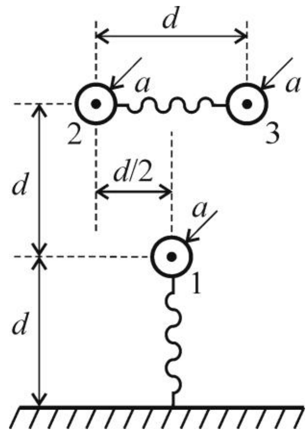
3 На раздвојној површи две линеарне хомогене немагнетске средине у стационарном струјном пољу постоји површинско наелектрисање густине ρ_s. Параметри средине 1 су ε_1 и σ_1, а параметри средине 2 су ε_2 и σ_2. Вектор густине струје у средини 1 са нормалом на раздвојну површ заклапа угао α_1. Одредити интензитет вектора јачине електричног поља у средини 2.

4. (а) Навести Стоксову теорему и теорему Гаус-Остроградског и објаснити значење појединих чланова. (б) Полазећи од ове две теореме извести диференцијални облик уопштеног Амперовог и уопштеног Гаусовог закона.

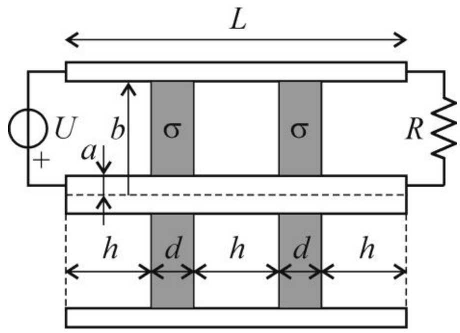
(а)	(б)

ЗАДАЦИ

1. Три веома дугачка паралелна цилиндрична проводника, полупречника $a = 20\,\mathrm{mm}$, постављена су у ваздуху изнад бесконачне проводне равни. Проводник 1 је на висини $d = 1\,\mathrm{m}$, а проводници 2 и 3 на висини $2d$ изнад проводне равни. Оса проводника 1 подједнако је удаљена од оса проводника 2 и 3. Танким проводним жицама међусобно су спојени проводници 2 и 3, односно проводник 1 и проводна раван, као на слици. Израчунати подужну капацитивност ове структуре.



2. На улаз правог коаксијалног вода са ваздушним диелектриком, унутрашњег полупречника $a = 2\,\mathrm{cm}$, спољашњег полупречника $b = 5\,\mathrm{cm}$ и дужине $L = 80\,\mathrm{cm}$, прикључен је генератор сталног напона $U = 12\,\mathrm{V}$, док је на његов крај прикључен отпорник отпорности $R = 50\,\Omega$. Израчунати дебљину d два идентична диска, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b, тако да се након њиховог уметања у коаксијални вод, на начин приказан на слици, јачина струје кроз прикључке генератора промени за $10\,\%$. Дискови су начињени од линеарног хомогеног немагнетског материјала специфичне проводности $\sigma = 0{,}01\,\mathrm{S/m}$, док се проводници коаксијалног вода могу сматрати савршено проводним. Занемарити ефекте крајева.



Напомена: у сферном координатном систему је

$$\operatorname{grad} V = \frac{\partial V}{\partial r}\mathbf{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\mathbf{i}_\phi\,,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\, A_\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\,.$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 5. НОВЕМБРА 2011. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right)=\begin{cases}-\frac{\rho}{\varepsilon_0}, & r \le a,\\ 0, & r > a\end{cases}$, (б) $V=\frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(a^2-r^2\right)+V_0$, (в) $V=V_0\frac{a}{r}$.

2. $\rho_\mathrm{p}=-\mathrm{div}\,\mathbf{P}=-P_0\frac{z(z-a)+x(2z-a)}{a^3}$, $\rho_\mathrm{ps}(x=a)=\mathbf{i}_x\cdot\mathbf{P}(x=a)=P_0\frac{z(z-a)}{a^2}$, на осталим површима $\rho_\mathrm{ps}=0$.

3. $E_2=\frac{\rho_\mathrm{s}}{\varepsilon_1\sigma_2-\varepsilon_2\sigma_1}\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2\tan^2\alpha_1}$.

4. (а) $\oint_C \mathbf{A}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}=\int_S \mathrm{rot}\,\mathbf{A}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}$, $\oint_S \mathbf{A}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}=\int_S \mathrm{div}\,\mathbf{A}\,\mathrm{d}v$. (б) $\oint_C \mathbf{H}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}=\int_S \mathbf{J}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}\Rightarrow \mathrm{rot}\,\mathbf{H}=\mathbf{J}$, $\oint_S \mathbf{D}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}=\int_S \rho\,\mathrm{d}v\Rightarrow \mathrm{div}\,\mathbf{D}=\rho$.

ЗАДАЦИ

1. $C'=\frac{2a_{11}}{a_{11}(a_{22}+a_{23})-2a_{12}^2}=17{,}71\frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}$ ($a_{11}=8{,}282\cdot10^{10}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$, $a_{12}=1{,}800\cdot10^{10}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$, $a_{22}=9{,}528\cdot10^{10}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$, $a_{23}=2{,}547\cdot10^{10}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$).

2. $d=\frac{\ln\frac{b}{a}}{40\pi\sigma R}=1{,}46\ \mathrm{cm}$.