

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

15. јун 2012.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбаници. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат) |    |               |    |    |    |        | КОЛОКВИЈУМ |    |        |              |       |
|--|----|---------------|----|----|----|--------|------------|----|--------|--------------|-------|
| Индекс<br>година/број                  |    | Презиме и име |    |    |    |        |            |    |        |              |       |
| /                                      |    |               |    |    |    |        | ИСПИТ      |    |        |              |       |
| ПИТАЊА                                 |    | ЗАДАЦИ        |    |    |    |        |            |    |        |              |       |
| 1.                                     | 2. | 3.            | 4. | 5. | 6. | Укупно | 1.         | 2. | Укупно | УКУПНО ПОЕНА | ОЦЕНА |
|  |    |               |    |    |    |        |            |    |        |              |       |

## ПИТАЊА

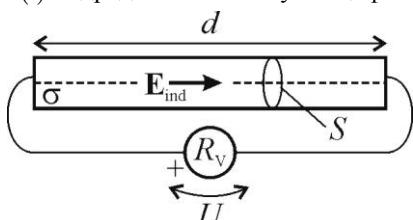
1. Унутрашња електрода сферног кондензатора са ваздушним диелектриком је метална лопта полупречника  $a$ , а спољашња електрода веома танка метална љуска полупречника  $b$  ( $a < b$ ). Сматрајући електроде телима електростатичког система, чије референтно тело је електродама концентрична метална љуска бесконачног полупречника, одредити (а) сопствене и (б) међусобне капацитивности тог система.

|     |     |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

2. Посматра се раздвојна површ две линеарне хомогене проводне средине, означене са 1 и 2, у којима постоји стационарно струјно поље. Познати су параметри средине 1,  $\epsilon_1$  и  $\sigma_1$ , параметри средине 2,  $\epsilon_2$  и  $\sigma_2$ , интензитет вектора електричне индукције у средини 2 непосредно уз површ,  $D_2$ , и угао који овај вектор заклапа са нормалом на површ усмереном ка средини 1,  $\alpha_2$ . Одредити интензитет вектора јачине електричног поља у средини 1 непосредно уз површ.

|  |
|--|
|  |
|--|

3. У веома дугом и танком цилиндричном проводнику, константне непознате специфичне проводности  $\sigma$ , дужине  $d$  и површине попречног пресека  $S$  ( $S \ll d^2$ ), постоји хомогено споропроменљиво индуковано електрично поље, интензитета  $E_{\text{ind}}(t)$ , чији вектор је паралелан оси цилиндра, као на слици. На крајеве цилиндричног проводника приклучен је волтметар, унутрашње отпорности  $R_V$ , који показује разлику електричних скалар-потенцијала на својим крајевима,  $U(t)$ . Одредити непознату специфичну проводност  $\sigma$ , ако су познате све остале наведене величине.



|  |
|--|
|  |
|--|

4. У свакој тачки једног домена у вакууму познати су запреминска густина наелектрисања  $\rho(\mathbf{r}, t)$  и вектор густине запреминске струје  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ , где је  $\mathbf{r}$  вектор положаја. Написати изразе за закаснели електрични скалар–потенцијал и закаснели магнетски вектор–потенцијал ове расподеле наелектрисања и струја. Нацртати слику и на њој назначити величине које се појављују у изразима.

5. (а) Израчунати минимални и максимални интензитет простопериодичног вектора чији је комплексни представник дат изразом  $\underline{\mathbf{A}} = (3 + j3)\mathbf{i}_x + (2 + j2)\mathbf{i}_y + (3 + j3)\mathbf{i}_z$ . (б) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

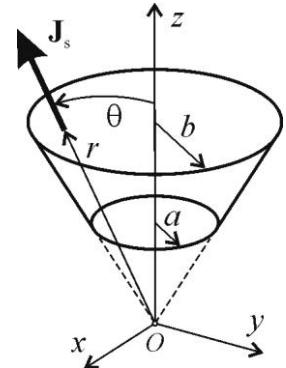
(а)

(б)

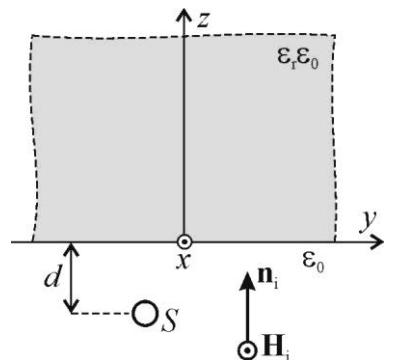
6. Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања унiformног простопериодичног ТЕМ таласа, у линеарној хомогеној средини параметара  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$ , извести упрошћени израз за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у добром диелектрику, на учестаности  $f$ .

## ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје брзопроменљиве струје само по површи облика омотача зарубљене праве купе, познатих полупречника основа  $a$  и  $b$  ( $a < b$ ). Оса симетрије купе подудара се са  $z$ -осом Декартовог координатног система, а изводнице купе секу се у координатном почетку и са  $z$ -осом заклапају познат угао  $\theta$ , као на слици. Тренутни вектор густине површинских струја дат је изразом у сферном координатном систему,  $\mathbf{J}_s = \sqrt{2} J_{s0} \frac{a^2}{r^2} \cos(\omega t + r\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}) \mathbf{i}_r$ , где су  $J_{s0}$  и  $\omega$  познате константе и  $a/\sin\theta \leq r \leq b/\sin\theta$ . Одредити комплексне представнике: (а) расподеле површинских слободних наелектрисања, и, у тачки  $O$ , (б) вектора јачине електричног поља које потиче од површинских слободних наелектрисања и (в) вектора јачине индукованог електричног поља.



2. Раван линијски поларизован простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности магнетског поља  $H_i = 4 \text{ mA/m}$  и учестаности  $f = 2,4 \text{ GHz}$ , наилази из вакуума нормално на раздвојну површ са савршеним хомогеним немагнетским диелектриком, релативне пермитивности  $\epsilon_r$ . (а) У координатном систему са слике одредити изразе за комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у вакууму. (б) Ако је познат однос максималне и минималне ефективне вредности резултантног електричног поља у вакууму,  $E_{\max}/E_{\min} = 2$ , израчунати ефективну вредност електромоторне сile индуковане у електрички малој жичаној контури површине  $S = 0,3 \text{ cm}^2$ . Контура се налази у вакууму, на растојању  $d = \lambda/3$  од раздвојне површи, и нормална је на вектор јачине инцидентног магнетског поља.



**Напомена:** у сферном координатном систему је  $\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 15. ЈУНА 2012. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

**1.** (а)  $C_{11} = 0$ ,  $C_{22} = 4\pi\epsilon_0 b$ . (б)  $C_{12} = C_{21} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b-a}$ .

**2.**  $E_1 = \frac{D_2}{\epsilon_2\sigma_1} \sqrt{(\sigma_2 \cos \alpha_2)^2 + (\sigma_1 \sin \alpha_2)^2}$ .

**3.**  $\sigma = \frac{1}{R_V S \left( -\frac{E_{\text{ind}}(t)}{U(t)} - \frac{1}{d} \right)}$ .

**4.**  $V(\mathbf{r}', t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho\left(\mathbf{r}, t - \frac{R}{c_0}\right)}{R} dv$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{r}', t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r}, t - \frac{R}{c_0}\right)}{R} dv$ ,  $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$ ,  $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ .

**5.** (а)  $A_{\min} = 0$ ,  $A_{\max} = 2\sqrt{22}$ . (б) Вектор је поларизован линијски.

**6.**  $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu\epsilon}$ .

**ЗАДАЦИ**

**1.** (а)  $\underline{\rho}_s = -\frac{J_{s0} a^2 \beta e^{+j\beta z}}{\omega} \frac{e}{r^2}$ ,  $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ , (б)  $\underline{\mathbf{E}}_q = \frac{J_{s0} a^2 \beta}{2\epsilon_0 \omega} (\sin \theta)^2 \cos \theta \left( \frac{\sin \theta}{2a^2} - \frac{\sin \theta}{2b^2} + j\beta \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \right) \mathbf{i}_z$ ,

(б)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 J_{s0} a^2}{2} (\sin \theta)^2 \cos \theta \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \mathbf{i}_z$ .

**2.** (а)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = Z_0 H_i e^{-j\beta z} (1 + R e^{j2\beta z}) (-\mathbf{i}_y)$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = H_i e^{-j\beta z} (1 - R e^{j2\beta z}) \mathbf{i}_x$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ,  $R = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}}$ .

(б)  $e_{\text{ind}} = 2\pi f \mu_0 H_i \frac{\sqrt{28}}{6} S \approx 2 \text{ mV}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЉЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 16. ЈУНА У 17:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 16. ЈУНА ОД 17:30 ДО 18:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика