

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ, ОЕ)

15. јун 2012.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

## ПИТАЊА

1. Запреминска наелектрисања константне густине  $\rho$  распоређена су у ваздуху по домену облика веома дугачког цилиндра, полупречника  $a$ , чија се оса поклапа са  $z$ -осом цилиндричног координатног система. (а) Коришћењем датих израза за просторне изводе и уочавањем симетрије написати једначину коју задовољава електростатички потенцијал у тачкама у цилиндру. (б) Ако је познато да је потенцијал на површи цилиндра једнак нули, решавањем те једначине одредити израз за потенцијал у тачкама у цилиндру.

(а)	(б)
-----	-----

2. Посматра се раздвојна површ две линеарне хомогене проводне средине, означене са 1 и 2, у којима постоји стационарно струјно поље. Познати су параметри средине 1,  $\epsilon_1$  и  $\sigma_1$ , параметри средине 2,  $\epsilon_2$  и  $\sigma_2$ , интензитет вектора електричне индукције у средини 2 непосредно уз површ,  $D_2$ , и угао који овај вектор заклапа са нормалом на површ усмереном ка средини 1,  $\alpha_2$ . Одредити интензитет вектора јачине електричног поља у средини 1 непосредно уз површ.

--

3. Полазећи од интегралног израза за електрични скалар-потенцијал,  $V$ , познате расподеле запреминског наелектрисања,  $\rho$ , у вакууму, у брзопроменљивом електромагнетском пољу, кружне учестаности  $\omega$ , и везе између  $V$  и вектора електричног поља,  $E_Q$ , истог наелектрисања, извести интегрални израз за  $E_Q$  у комплексном домену.

--

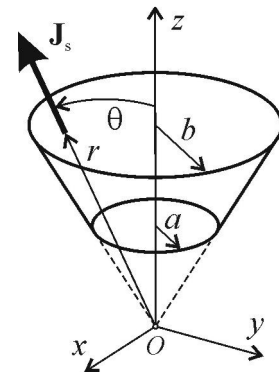
4. Написати исказ Поинтингове теореме у комплексном домену и објаснити значење сваког члана у изразу.

5. ТЕМ талас се простире дуж вода без губитака. Извести везу која постоји између тренутног интензитета струје и тренутног подужног наелектрисања једног проводника.

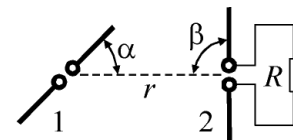
6. Израчунати усмерено појачање антене чија је ефективна површина  $S_{\text{eff}} = 1 \text{ m}^2$  на учестаности  $f = 300 \text{ MHz}$ , у вакууму.

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје брзопроменљиве струје само по површи облика омотача зарубљене праве купе, познатих полупречника основа  $a$  и  $b$  ( $a < b$ ). Оса симетрије купе подудара се са  $z$ -осом Декартовог координатног система, а изводнице купе секу се у координатном почетку и са  $z$ -осом заклапају познат угао  $\theta$ , као на слици. Тренутни вектор густине површинских струја дат је изразом у сферном координатном систему,  $\mathbf{J}_s = \sqrt{2} J_{s0} \cos(\omega t + r \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}) \mathbf{i}_r$ , где су  $J_{s0}$  и  $\omega$  познате константе. Одредити комплексне представнике: (а) вектора густине површинске струје, (б) површинске густине слободних наелектрисања и (в) вектора јачине индукованог електричног поља у координатном почетку (тачка  $O$ ).



2. Антенски систем се састоји од два полуталасна дипола, постављена у вакууму, у истој равни, на међусобном растојању  $r$ . Предајни дипол (1) напаја се из генератора учестаности  $f = 3 \text{ GHz}$ , снагом  $P_0 = 2 \text{ W}$ . Прикључци пријемног дипола (2) су повезани са резистивним пријемником отпорности  $R = 73 \Omega$ . Осе дипола заклапају углове  $\alpha = \frac{\pi}{4}$



и  $\beta = \frac{\pi}{2}$  са правцем који спаја њихове центре, као на слици. Израчунати у ком опсегу је потребно да се налази растојање центара дипола  $r$ , тако да (активна) снага пријемника  $R$  буде  $P_R \geq 10 \mu\text{W}$ .

**Напомена:** У цилиндричном координатном систему је:  $\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ .

У сферном координатном систему је:  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ, ОЕ),  
ОДРЖАНОГ 15. ЈУН 2012. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (а)  $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ . (б)  $V = \frac{\rho}{4\epsilon_0} (a^2 - r^2)$ .

2.  $E_1 = \frac{D_2}{\epsilon_2 \sigma_1} \sqrt{(\sigma_2 \cos \alpha_2)^2 + (\sigma_1 \sin \alpha_2)^2}$ .

3.  $\underline{E}_Q = -\text{grad} V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho \, dv (1 + j\beta r)}{r^2} e^{-j\beta r} \mathbf{r}_0$ .

4.  $-\int_v \underline{\mathbf{J}}_i \cdot \underline{\mathbf{E}} \, dv = \int_v \sigma E^2 \, dv + j\omega \int_v (\underline{\mu} H^2 - \underline{\epsilon}^* E^2) \, dv + \oint_s (\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*) \cdot d\mathbf{S}$ .

5.  $i(t) = cQ'(t)$ ,  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ .

6.  $G = \frac{4\pi}{\lambda^2} S_{\text{eff}} = 4\pi \approx 12,6$  или  $g \approx 11 \text{ dBi}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $\underline{\mathbf{J}}_s = J_{s0} e^{+j\beta r} \mathbf{i}_r$ ,  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ . (б)  $\underline{\rho}_s = \frac{jJ_{s0}}{\omega r} (2 + j\beta r) e^{+j\beta r}$ . (в)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0}{2} J_{s0} (b-a) \cos \theta \mathbf{i}_z$ .

2.  $F_1 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \alpha\right)}{\sin \alpha}$ ,  $F_2 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \beta\right)}{\sin \beta}$ ,  $r \leq \frac{c_0 Z_0}{f 2\pi^2} \sqrt{\frac{P_0}{R_z}} F_1 F_2 \frac{1}{\sqrt{4R_z P}} \approx 3,67 \text{ m}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 16. ЈУНА У 17:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ И УПИС ОЦЕНА, У СОБИ 63, ЈЕ 16. ЈУНА ОД 17:30 ДО 18:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика