

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ)

6. јул 2012.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

ПИТАЊА

1. Запреминска наелектрисања константне густине ρ распоређена су у ваздуху по домену облика сфере полупречника a .
 (а) За сферни координатни систем, са координатним почетком у центру сфере, написати Пуасонову једначину у сфери и ван ње. Ако је познат потенцијал на површи сфере у односу на референтну тачку, V_0 , решавањем Пуасонове једначине одредити израз за потенцијал у (б) тачкама у сфери, и (в) тачкама ван сфере.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

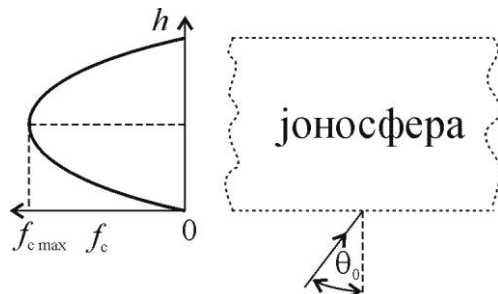
2. Одредити отпорност уземљења савршено проводног лоптастог уземљивача, полупречника a , укопаног у хомогену земљу специфичне проводности σ . Центар уземљивача је на дубини d ($d \gg a$).

3. (а) Написати Лоренцов услов у комплексном облику, ако је средина ваздух. (б) Полазећи од израза за комплексни вектор јачине електричног поља, у ваздуху, изражен преко електричног скалар–потенцијала и магнетског вектор–потенцијала, и Лоренцовог услова, извести израз за комплексни вектор јачине електричног поља изражен само преко магнетског вектор–потенцијала.

(а)	(б)
-----	-----

4. Одредити максималну (средњу) снагу која се може преносити вођеним простопериодичним TEM таласом кроз коаксијални кабл, полупречника проводника a и b , са савршеним немагнетским диелектриком релативне пермитивности ϵ_r и критичног поља E_{kr} .

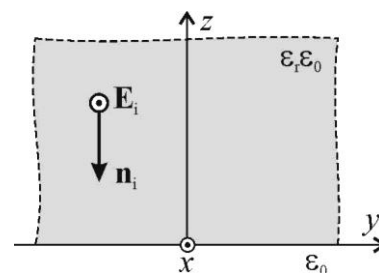
5. Полазећи од Снеловог закона, објаснити простирање таласа кроз јоносферу, чија је критична учестаност параболична функција висине, а у зависности од учестаности таласа f и упадног угла θ_0 (видети слику).



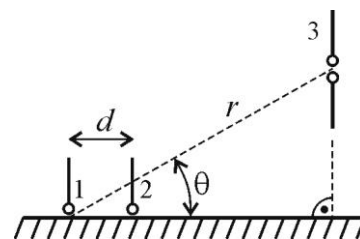
6. Полазећи од израза за снагу пријемника прилагођеног на пријемну антену, извести израз за слабљење при простирању таласа од предајне до пријемне антене у слободном простору (Фрисову формулу). Навести све потребне претпоставке и услове.

ЗАДАЦИ

1. Раван линијски поларизован простопериодичан TEM талас, ефективне вредности електричног поља E_i и учестаности f , наилази из савршеног хомогеног немагнетског диелектрика, релативне пермитивности $\epsilon_r = 9$, нормално на раздвојну површ са вакуумом. (а) У координатном систему са слике одредити изразе за комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у диелектрику (тј. за $z > 0$). (б) Одредити израз за z -координате тачака у диелектрику ($z > 0$) у којима је ефективна вредност електричног поља минимална. (в) Ако је познато да је минимално растојање између различитих z -координата одређених у претходној тачки $d = 0,1$ m, израчунати учестаност f .



2. Два четвртталасна монопола (1 и 2) монтирана су вертикално на равној површи бесконачне савршено проводне земље. Монополи су на међусобном растојању $d = 0,3$ m и напајају се простопериодичним струјама истих учестаности $f = 500$ MHz, истих ефективних вредности $I = 2,5$ A и непознатих фаза. Пријемни полуталасни дипол (3) постављен је вертикално, као на слици, при чему је $r = 750$ m и $\theta = 35^\circ$. (а) Полазећи од израза за далеко поље монопола, одредити израз за ефективну вредност резултантног електричног поља на месту пријемног дипола. (б) Израчунати потребну фазну разлику струја напајања монопола 1 и 2, $\Delta\psi$, да би ефективна вредност електромоторне силе индуковане у пријемном диполу била максимална, као и ту ефективну вредност, ϵ_{ind} .

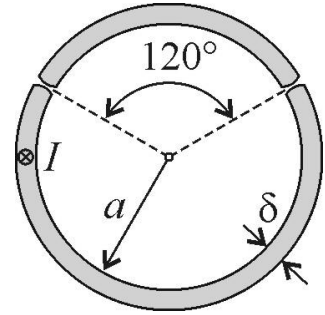


Додатак из првог дела градива

- ОФ -

Задаци

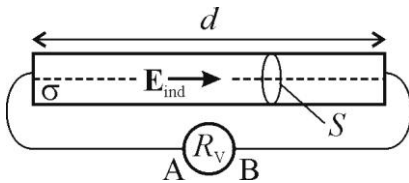
*3. На слици је приказан попречни пресек веома дугачког правога немагнетског проводног шупљег цилиндра, полупречника a и дебљине зида δ ($\delta \ll a$). У проводнику постоји временски константна струја јачине I , равномерно расподељена по попречном пресеку проводника. Ако се цилиндар расече по два изводница на два дела, на начин приказан на слици, одредити вектор подужне силе која делује на мањи од два дела. Околна средина је ваздух.



Питања

*7. У вакууму су постављена два права бесконачно дуга и бесконачно танка концентрична проводна цилиндра, полупречника a и b . Сматрајући цилиндри телима електростатичког система, чије референтно тело је њима концентрични цилиндар полупречника c ($a < b < c$), одредити коефицијенте електростатичке индукције тог система.

*8. У дугом и танком проводном цилиндру, константне непознате специфичне проводности σ , дужине d и површине попречног пресека S ($S \ll d^2$), постоји хомогено споропроменљиво индуковано електрично поље, интензитета $E_{\text{ind}}(t)$, чији вектор је паралелан оси цилиндра, као на слици. На крајеве цилиндра прикључен је волтметар, унутрашње отпорности R_V , који показује разлику електричних скалар-потенцијала на својим крајевима, $\Delta V_{AB}(t)$. Одредити непознату специфичну проводност σ , ако су познате све остале наведене величине.



Напомена: у сферном координатном систему је

$$\text{grad } V = \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi,$$

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ),
ОДРЖАНОГ 6. ЈУЛА 2012. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) = \begin{cases} -\frac{\rho}{\epsilon_0}, & r \leq a, \\ 0, & r > a \end{cases}$, (б) $V = \frac{\rho}{6\epsilon_0} (a^2 - r^2) + V_0$, (в) $V = V_0 \frac{a}{r}$.

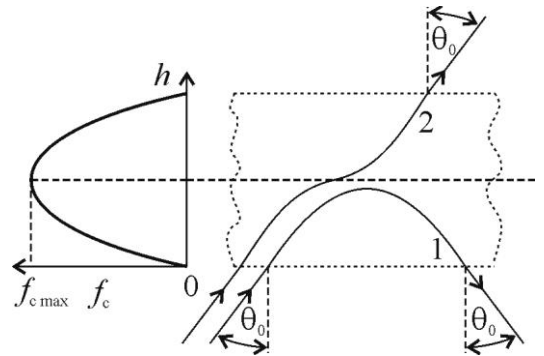
2. $R_{uz} \approx \frac{1}{4\pi\sigma a}$.

3. (a) $\text{div} \underline{A} = -j\omega\epsilon_0\mu_0 V$. (б) $\underline{E} = -\frac{j}{\omega\epsilon_0\mu_0} \text{grad div} \underline{A} - j\omega \underline{A}$.

4. $P_{\max} = \frac{1}{120\Omega} a^2 E_{kr}^2 \sqrt{\epsilon_r} \ln \frac{b}{a}$.

5.

При уласку у јоносферу талас се повија ка нормали. Ако је на било којој висини испуњен услов $f_c = f \cos \theta_0$, талас се повија надоле (пре достизања висине на којој је $f_c = f_{c\max}$) и излази под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 1). У противном, ако важи $f_{c\max} < f \cos \theta_0$, талас се након достизања висине на којој је $f_c = f_{c\max}$ повија повија ка нормали, пролази кроз јоносферу и напушта је под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 2).



6. $S[\text{dB}] \approx -22 \text{ dB} - 20 \log \frac{r}{\lambda} - g_1[\text{dB}] - g_2[\text{dB}]$, где је r растојање између предајне и пријемне антене, λ таласна дужина, g_1 појачање предајне антене и g_2 појачање пријемне антене. Пријемник је прилагођен на пријемну антену, а антене постављене тако да је пренос снаге између њих максималан, а поларизације усаглашене.

*7. $b_{11} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$, $b_{12} = b_{21} = -\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$, $b_{22} = \frac{2\pi\epsilon_0 \ln \frac{c}{a}}{\ln \frac{b}{a} \ln \frac{c}{b}}$.

*8. $\sigma = \frac{1}{R_V S \left(-\frac{E_{\text{ind}}(t)}{\Delta V_{AB}(t)} - \frac{1}{d} \right)}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{E}_{\text{rez}} = E_i e^{j\beta z} (1 + R e^{-j2\beta z}) \mathbf{i}_x$, $\underline{H}_{\text{rez}} = \frac{E_i}{Z} e^{j\beta z} (1 - R e^{-j2\beta z}) (-\mathbf{i}_y)$, $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$, $R = \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1}$.

(б) $z_k = \frac{2k+1}{4f\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}}$, $k = 0, 1, 2, \dots$. (в) $f = \frac{1}{2d\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}} = 500 \text{ MHz}$.

2. (a) $E_{\text{rez}} = \frac{Z_0}{\pi} I \frac{F_1}{r} \cos \frac{\beta d \cos \theta - \Delta \Psi}{2}$, $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, $F_1 = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} \sin \theta \right)}{\cos \theta}$.

(б) $\Delta \Psi = \beta d \cos \theta = 0,819\pi$, $\epsilon_{\text{ind}} = \frac{2}{\beta} \frac{Z_0}{\pi} I \frac{F_1^2}{r} \approx 18,81 \text{ mV}$.

*3. Вектор подужне силе на мањи део цилиндра је интензитета $F' = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I^2}{8\pi^2 a}$ и лежи у равни цртежа, дуж заједничке симетрале два дела цилиндра, усмерен ка већем од њих.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 11. ЈУЛА У 10:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 11. ЈУЛА ОД 10:00 ДО 10:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика