

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ)

31. август 2012.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

ПИТАЊА

1. Запреминска наелектрисања константне густине ρ распоређена су у ваздуху по домену облика сфере полупречника a .
 (а) За сферни координатни систем, са координатним почетком у центру сфере, написати Пуасонову једначину у сфери и ван ње. Ако је познат потенцијал на површи сфере у односу на изабрану референтну тачку, V_0 , решавањем Пуасонове једначине одредити израз за потенцијал у (б) тачкама у сфери, и (в) тачкама ван сфере.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

2. (а) Написати граничне услове на раздвојној површи две немагнетске линеарне хомогене средине, пермитивности ϵ_1 и ϵ_2 и специфичних проводности σ_1 и σ_2 , у стационарном струјном пољу. Нацртати слику и означити потребне величине.
 (б) Одредити израз за густину површинског наелектрисања на раздвојној површи, ако је познат вектор густине струје у средини 2, \mathbf{J}_2 .

(а)	(б)
-----	-----

3. У свакој тачки једног домена у вакууму познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r}, t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$, где је \mathbf{r} вектор положаја. Написати изразе за (а) закаснели електрични скалар–потенцијал и (б) закаснели магнетски вектор–потенцијал ове расподеле наелектрисања и струја. Нацртати слику и на њој назначити величине које се појављују у изразима.

(а)	(б)
-----	-----

4. Коаксијални вод начињен је од доброг проводника специфичне проводности σ_p а диелектрик му је ваздух. Одредити однос полупречника проводника вода тако да коефицијент слабљења буде минималан.

--

5. За простопериодичан вектор чији је комплексни представник дат изразом $\underline{\mathbf{A}} = (2\mathbf{i}_x + 2\mathbf{i}_y) + j(\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z)$ израчунати (а) минимални интензитет, (б) максимални интензитет и (в) ефективну вредност.

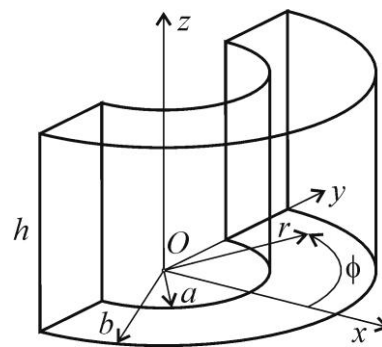
(а)	(б)	(в)

6. (а) Како се дефинише снага зрачења антене P_{zr} ? (б) Како се, преко снаге зрачења, одређује отпорност зрачења антене R_{zr} ? (в) Како се, преко снаге зрачења, одређује интензитет зрачења антене I_{zr} ? (г) Како се дефинише усмереност (директивност) антене, D (у односу на изотропни радијатор)? (д) Како се израчунава усмереност антене преко карактеристичне функције зрачења антене?

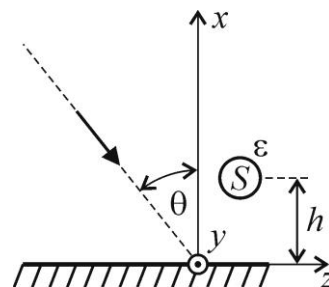
(а)	(б)	(в)	(г)	(д)

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје простопериодичне струје, високе кружне учестаности ω , само по запремини половине правог шупљег ваљка, висине h , унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b . У односу на координатни систем приказан на слици вектор густине запреминских струја дат је изразом $\mathbf{J}(r, \phi, z, t) = \sqrt{2}J_0 z \cos \phi \cos(\omega t + \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\sqrt{r^2 + z^2})\mathbf{i}_z$, где је J_0 константа, $a \leq r \leq b$, $-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2$ и $0 \leq z \leq h$. Одредити израз за комплексни представник вектора индукованог електричног поља у координатном почетку (тачка O).



2. Раван кружно поларизован простопериодичан ТЕМ талас, непознате ефективне вредности електричног поља E_i и таласне дужине $\lambda = 0,7\text{m}$, наилази из вакуума на бесконачну савршено проводну раван, под углом $\theta = 35^\circ$ у односу на нормалу на раздвојну површ. Позната је ефективна вредност електромоторне силе, $\epsilon = 2\text{mV}$, индуковане у електрички малој танкој жичаној контури, површине $S = 8\text{cm}^2$, постављеној у вакууму, на висини $h = \lambda/4$, тако да лежи у равни инциденције. Израчунати E_i .



Напомена: у сферном координатном систему је

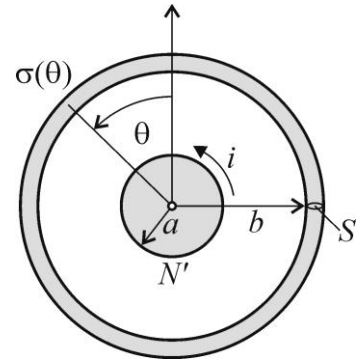
$$\text{grad } V = \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi, \quad \text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

Додатак из првог дела градива

- ОФ -

Задаци

*3. Веома дугачак соленоид, кружног попречног пресека полупречника a и подужне густине завојака N' , налази се у вакууму. У завојцима соленоида постоји споропроменљива простопериодична струја, учестности f и ефективне вредности I . Око соленоида, концентрично с њим, постављена је жичана контура облика круга полупречника b , која лежи у равни попречног пресека соленоида, као на слици. Попречни пресек жице је S ($S \ll b^2$), а њена специфична проводност мења се у функцији угла θ са слике као $\sigma(\theta) = \sigma_0 / (2 + \sin(\theta/2))$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Може се сматрати да је струја равномерно расподељена по попречном пресеку жице. Занемарујући електромоторну силу самоиндукције, одредити (а) ефективну вредност вектора густине струје у жици и (б) средњу вредност снаге Џулових губитака у жици.



Питања

*7. У вакууму су постављена два права бесконачно дуга и бесконачно танка концентрична проводна цилиндра, полупречника a и b . Сматрајући цилиндрице телима електростатичког система, чије референтно тело је њима концентрични цилиндар полупречника c ($a < b < c$), одредити коефицијенте електростатичке индукције тог система.

--

*8. (а) Написати основне диференцијалне једначине стационарног магнетског поља у вакууму. (б) Како се на основу ових једначина уводи магнетски вектор-потенцијал? (в) Како гласи интегрални израз за магнетски вектор потенцијал познате расподеле запреминских струја у вакууму?

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ),
ОДРЖАНОГ 31. АВГУСТА 2012. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) = \begin{cases} -\frac{\rho}{\epsilon_0}, & r \leq a, \\ 0, & r > a \end{cases}$, (б) $V = \frac{\rho}{6\epsilon_0} (a^2 - r^2) + V_0$, (в) $V = V_0 \frac{a}{r}$.

2. (a) $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) = 0$, $\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$, \mathbf{n} је нормала усмерена ка средини 1. (б) $\rho_s = \left(\frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} \right) \mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_2$.

3. (a) $V(\mathbf{r}', t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho\left(\mathbf{r}, t - \frac{R}{c_0}\right)}{R} dv$, (б) $\mathbf{A}(\mathbf{r}', t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r}, t - \frac{R}{c_0}\right)}{R} dv$, $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$, $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$.

4. $\frac{b}{a} \approx 3,59$.

5. (a) $A_{\min} = 2\sqrt{3}$. (б) $A_{\max} = 4$. (в) $A_{\text{eff}} = \sqrt{14}$.

6. (a) $P_{zr} = \text{Re} \left\{ \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S} \right\}$. (б) $R_{zr} = \frac{P_{zr}}{I_{\text{ref}}^2}$. (в) $I_{zr} = \frac{dP_{zr}}{d\Omega}$. (г) $D = \frac{4\pi I_{zr}}{P_{zr}}$. (д) $D = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{F^2}{\pi R_{zr}}$.

*7. $b_{11} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$, $b_{12} = b_{21} = -\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$, $b_{22} = \frac{2\pi\epsilon_0 \ln \frac{c}{a}}{\ln \frac{b}{a} \ln \frac{c}{a}}$.

*8. (a) $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$. (б) $\text{div } \mathbf{B} = 0 \Rightarrow \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$. (в) $\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J} dv}{r}$.

ЗАДАЦИ

1. $\mathbf{E}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 J_0}{6\pi} \left((b^2 + h^2)^{\frac{3}{2}} - (a^2 + h^2)^{\frac{3}{2}} - b^3 + a^3 \right) \mathbf{i}_z$.

2. $E_i = \frac{\lambda \epsilon}{2\sqrt{2}\pi S \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)} \approx 0,7 \frac{V}{m}$.

*3. (a) $J = \frac{\pi^2 \mu_0 \sigma_0 f a^2 N'}{2(\pi+1)b} I$. (б) $P_J = \frac{4(\pi+1)Sb}{\sigma_0} J^2$.