ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

31. август 2012.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

<table>
<tr><td colspan="10">ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)</td><td>КОЛОКВИЈУМ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Индекс
година/број</td><td colspan="8">Презиме и име</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">/</td><td colspan="8"></td><td>ИСПИТ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7">ПИТАЊА</td><td colspan="3">ЗАДАЦИ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>Укупно</td><td>1.</td><td>2.</td><td>Укупно</td><td>УКУПНО ПОЕНА</td><td>ОЦЕНА</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

ПИТАЊА

1. Запреминска наелектрисања константне густине ρ распоређена су у ваздуху по домену облика сфере полупречника a. (а) За сферни координатни систем, са координатним почетком у центру сфере, написати Пуасонову једначину у сфери и ван ње. Ако је познат потенцијал на површи сфере у односу на познату референтну тачку, V_0, решавањем Пуасонове једначине одредити израз за потенцијал у (б) тачкама у сфери, и (в) тачкама ван сфере.

(а)	(б)	(в)

2. (а) Написати граничне услове на раздвојној површи две немагнетске линеарне хомогене средине, пермитивности ε_1 и ε_2 и специфичних проводности σ_1 и σ_2, у стационарном струјном пољу. Нацртати слику и означити потребне величине. (б) Одредити израз за густину површинског наелектрисња на раздвојној површи, ако је познат вектор густине струје у средини 2, $\mathbf{J}_2$.

(а)	(б)

3. У свакој тачки једног домена у вакууму познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r},t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$, где је $\mathbf{r}$ вектор положаја. Написати изразе за (а) закаснели електрични скалар–потенцијал и (б) закаснели магнетски вектор–потенцијал ове расподеле наелектрисања и струја. Нацртати слику и на њој назначити величине које се појављују у изразима.

(а)	(б)

4. Које су јединице (у SI систему) за (а) Поинтингов вектор и (б) магнетски вектор-потенцијал?

(а)	(б)

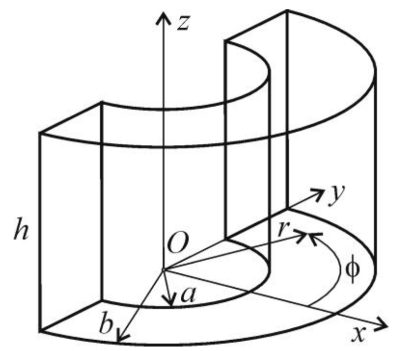
5. За простопериодичан вектор чији је комплексни представник дат изразом $\underline{\mathbf{A}} = (2\mathbf{i}_x + 2\mathbf{i}_y) + \mathrm{j}(\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z)$ израчунати (а) минималан интензитет, (б) максималан интензитет и (в) ефективну вредност.

(а)	(б)	(в)

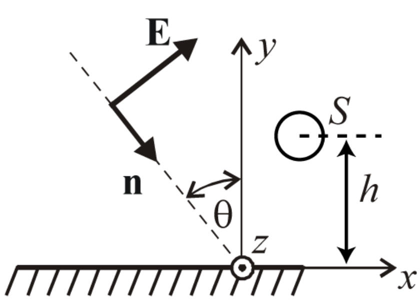
6. Израчунати растојање које раван простопериодичан ТЕМ талас треба да пређе кроз линеарну хомогену средину, која је на радној учестаности добар диелектрик, специфичне проводности $\sigma_\mathrm{d} = 6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{S/m}$, релативне пермитивности $\varepsilon_\mathrm{r} = 3{,}5$ и пермеабилности μ_0, да би му ефективна вредност електричног поља опала за 75%.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје простопериодичне струје, високе кружне учестаности ω, само по запремини половине правог шупљег ваљка, висине h, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b. У односу на координатни систем приказан на слици вектор густине запреминских струја дат је изразом $\mathbf{J}(r,\phi,z,t) = \sqrt{2} J_0 z \cos\phi \cos\left(\omega t + \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\sqrt{r^2+z^2}\right)\mathbf{i}_z$, где је J_0 константа, $a \le r \le b$, $-\pi/2 \le \phi \le \pi/2$ и $0 \le z \le h$. Одредити израз за комплексни представник вектора индукованог електричног поља у координатном почетку (тачка O).



2. Раван паралелно поларизован простопериодичан ТЕМ талас, непознате ефективне вредности електричног поља E и учестаности $f = 1\,\mathrm{GHz}$, наилази из вакуума на бесконачну савршено проводну раван, под углом $\theta = 60^\circ$ у односу на нормалу на проводну раван. Позната је ефективна вредност електромоторне силе, $\varepsilon = 2\,\mathrm{mV}$, индуковане у електрички малој танкој кружној контури, површине $S = 8\,\mathrm{cm}^2$, постављеној тако да лежи у равни инциденције, као на слици. Контура се налази на минималној висини на којој је индукована електромоторна сила у њој једнака половини максималне могуће индуковане електромоторне силе (за овакву оријентацију контуре). Израчунати (а) E и (б) висину на коју је постављена контура, h.



Напомена: у сферном координатном систему је

$$\mathrm{grad}\, V = \frac{\partial V}{\partial r}\mathbf{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\mathbf{i}_\phi,$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\, A_\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}.$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 31. АВГУСТА 2012. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right)=\begin{cases}-\frac{\rho}{\varepsilon_0}, & r\le a,\\ 0, & r>a\end{cases}$, (б) $V=\frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(a^2-r^2\right)+V_0$, (в) $V=V_0\frac{a}{r}$.

2. (а) $\mathbf{n}\cdot\left(\mathbf{J}_1-\mathbf{J}_2\right)=0$, $\mathbf{n}\times\left(\mathbf{E}_1-\mathbf{E}_2\right)=0$, $\mathbf{n}$ је нормала усмерена ка средини 1. (б) $\rho_s=\left(\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1}-\frac{\varepsilon_2}{\sigma_2}\right)\mathbf{n}\cdot\mathbf{J}_2$.

3. (а) $V(\mathbf{r}',t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_v\frac{\rho\left(\mathbf{r},t-\frac{R}{c_0}\right)}{R}\mathrm{d}v$, (б) $\mathbf{A}(\mathbf{r}',t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_v\frac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r},t-\frac{R}{c_0}\right)}{R}\mathrm{d}v$, $R=\left|\mathbf{r}'-\mathbf{r}\right|$, $c_0=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$.

4. (а) $\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$, (б) $\frac{\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}}{\mathrm{m}}$.

5. (а) $A_{\mathrm{min}}=2\sqrt{3}$. (б) $A_{\mathrm{max}}=4$. (в) $A_{\mathrm{eff}}=\sqrt{14}$.

6. $d=2{,}29\,\mathrm{m}$.

ЗАДАЦИ

1. $\underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{ind}}=-\mathrm{j}\omega\frac{\mu_0 J_0}{6\pi}\left(\left(b^2+h^2\right)^{\frac{3}{2}}-\left(a^2+h^2\right)^{\frac{3}{2}}-b^3+a^3\right)\mathbf{i}_z$.

2. (а) $E=\frac{\varepsilon}{\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}S}\approx 120\,\mathrm{mV/m}$. (б) $h=\frac{1}{3f\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=0{,}1\,\mathrm{m}$.