

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОС, ИР)

21. септембар 2012.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

ПИТАЊА

1. Запреминска наелектрисања константне густине ρ распоређена су у ваздуху по домену облика сфере полупречника a .
(а) За сферни координатни систем, са координатним почетком у центру сфере, написати Пуасонову једначину у сфери и ван ње. Ако је познат потенцијал на површи сфере у односу на изабрану референтну тачку, V_0 , решавањем Пуасонове једначине одредити израз за потенцијал у (б) тачкама у сфери, и (в) тачкама ван сфере.

(а)	(б)	(в)

2. На примеру сферног уземљивача укопаног у линеарну хомогену земљу специфичне проводности σ , објаснити, сликом и речима, теорему ликова за стационарно струјно поље. Полупречник уземљивача је a , центар му је на дубини d ($d \gg a$) испод површи земље, а специфична проводност му је много већа од специфичне проводности земље.

--

3. Раван униформан линијски поларизован ТЕМ талас простире се кроз линеарну хомогену средину коефицијента слабљења α . Одредити количник средњих вредности Поинтинговог вектора у две равни нормалне на правац простирања таласа. Равни су на растојању d , а смер простирања таласа је од равни 1 ка равни 2.

--

4. Коаксијални вод начињен је од доброг проводника специфичне проводности σ_p а диелектрик му је ваздух. Одредити однос полупречника проводника вода тако да коефицијент слабљења буде минималан.

--

5. За простопериодичан вектор чији је комплексни представник дат изразом $\underline{\mathbf{A}} = (2\mathbf{i}_x + 2\mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z) + j(\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y)$ израчунати (а) минимални интензитет, (б) максимални интензитет и (в) ефективну вредност.

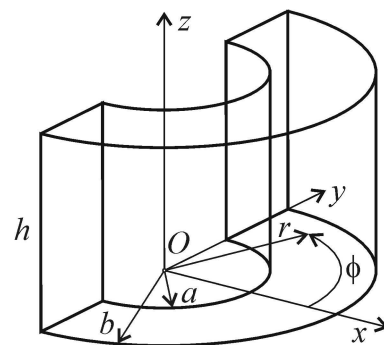
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. Полазећи од израза за електромоторну силу индуковану у пријемној антени, одредити израз за ефективну површину антене.

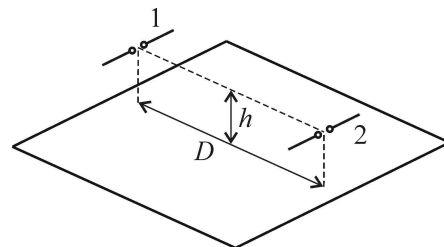
--

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје простопериодичне струје, високе кружне учестаности ω , само по запремини половине правог шупљег ваљка, висине h , унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b . У односу на координатни систем приказан на слици вектор густине запреминских струја дат је изразом $\mathbf{J}(r, \phi, z, t) = \sqrt{2}J_0 \frac{z \cos \phi}{r} \cos(\omega t + \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{r^2 + z^2}) \mathbf{i}_z$, где је J_0 константа, $a \leq r \leq b$, $-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2$ и $0 \leq z \leq h$. Одредити израз за реални део комплексног вектора магнетске индукције у координатном почетку (тачка O).



2. На слици су приказана два полуталасна дипола, у ваздуху, изнад бесконачне савршено проводне равни. Диполи су паралелни проводној равни и међусобно паралелни, а нормални су на правац који пролази кроз њихове центре. Диполи су на висини $h = 5 \text{ m}$ изнад проводне равни, а центри су им на растојању $D = 20 \text{ m}$. Дипол 1 се напаја простопериодичном струјом ефективне вредности $I = 0,2 \text{ A}$ и учестаности $f = 2,4 \text{ GHz}$. Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у диполу 2.



Напомена: у сферном координатном систему је

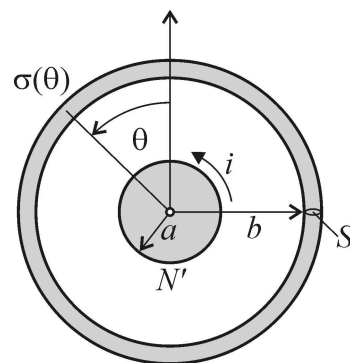
$$\text{grad } V = \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi, \quad \text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

Додатак из првог дела градива

- ОФ, ОС, ИР -

Задаци

*3. Веома дугачак соленоид, кружног попречног пресека полупречника a и подужне густине завојака N' , налази се у вакууму. У завојцима соленоида постоји споропроменљива простопериодична струја, учестаности f и ефективне вредности I . Око соленоида, концентрично с њим, постављена је жичана контура облика круга полупречника b , која лежи у равни попречног пресека соленоида, као на слици. Попречни пресек жице је S ($S \ll b^2$), а њена специфична проводност мења се у функцији угла θ са слике као $\sigma(\theta) = \sigma_0 / (2 + \sin^2 \theta)$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Може се сматрати да је струја равномерно расподељена по попречном пресеку жице. Занемарујући електромоторну силу самоиндукције, одредити (а) ефективну вредност вектора густине струје у жици и (б) средњу вредност снаге Џулових губитака у жици.



Питања

*7. У вакууму су постављена два права бесконачно дуга и бесконачно танка концентрична проводна цилиндра, полупречника a и b . Сматрајући цилиндрице телима електростатичког система, чије референтно тело је њима концентрични цилиндар полупречника c ($a < b < c$), одредити коефицијенте електростатичке индукције тог система.

*8. (а) Написати основне диференцијалне једначине квазистационарног електромагнетског поља у произвољној средини. (б) Полазећи од ових једначина, извести одговарајућу једначину континуитета.

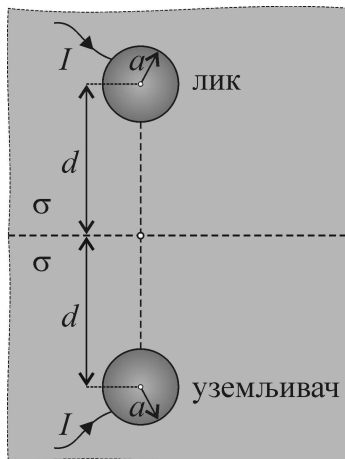
(а)	(б)

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОС, ИР), ОДРЖАНОГ 21. СЕПТЕМБРА 2012. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (a) $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) = \begin{cases} -\frac{\rho}{\epsilon_0}, & r \leq a, \\ 0, & r > a \end{cases}$, (б) $V = \frac{\rho}{6\epsilon_0} (a^2 - r^2) + V_0$, (в) $V = V_0 \frac{a}{r}$.

2. Струјно поље испод површи земље остаје непормењено уколико се оригинални проблем замени проблемом приказаним на слици.



3. $\frac{P_2}{P_1} = e^{-2\alpha d}$.

4. $\frac{b}{a} \approx 3,59$.

5. (a) $A_{\min} = 2$. (б) $A_{\max} = 2\sqrt{6}$. (в) $A_{\text{eff}} = \sqrt{14}$.

6. $S_{\text{eff}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$.

*7. $b_{11} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$, $b_{12} = b_{21} = -\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$, $b_{22} = \frac{2\pi\epsilon_0 \ln \frac{c}{a}}{\ln \frac{b}{a} \ln \frac{c}{b}}$.

*8. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$. (б) $\text{div}(\text{rot } \mathbf{H}) = 0 \Rightarrow \text{div } \mathbf{J} = 0$.

ЗАДАЦИ

1. $\text{Re}\{\underline{\mathbf{B}}\} = \frac{\mu_0 J_0}{8} \left(\sqrt{b^2 + h^2} - \sqrt{a^2 + h^2} - b + a \right) \mathbf{i}_y$.

2. $\epsilon_2 = 16,1 \text{ mV}$.

*3. (a) $J = \frac{2\pi\mu_0\sigma_0 f a^2 N'}{5b} I$. (б) $P_J = \frac{5\pi S b}{\sigma_0} J^2$.