

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

17. новембар 2012.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име	
/		

ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

ПИТАЊА

1. Електростатички потенцијал у вакууму зависи од Декартове x -координате као $V = V_0 \arctg \frac{x}{a}$, $-\infty < x < +\infty$, где су V_0 и a су позитивне константе. Одредити изразе за (а) вектор електричног поља и (б) густину запреминског наелектрисања.

(а)	(б)
-----	-----

2. (а) Полазећи од диференцијалних једначина које описују стационарно магнетско поље у линеарној хомогеној средини пермеабилности μ и везе између вектора магнетске индукције, \mathbf{B} , и магнетског вектор-потенцијала, \mathbf{A} , извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал. У свакој тачки простора је позната густина запреминских струја, \mathbf{J} . (б) Како гласи решење ове једначине?

(а)	(б)
-----	-----

3. Написати везу између вектора магнетске индукције и вектора јачине магнетског поља у (а) произвољној средини, (б) линеарној изотропној средини и (в) линеарној анизотропној средини.

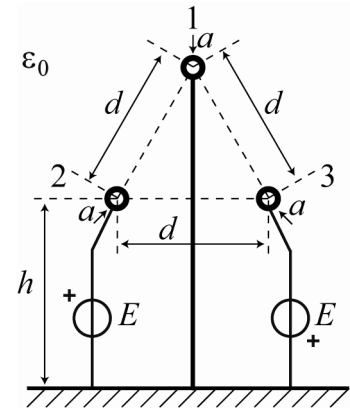
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. (а) Написати исказ Стоксове теореме и теореме Гаус-Остроградског. (б) Написати потпуни систем интегралних једначина које описују стационарно струјно поље. (в) На основу претходна два одговора извести потпуни систем диференцијалних једначина које описују стационарно струјно поље.

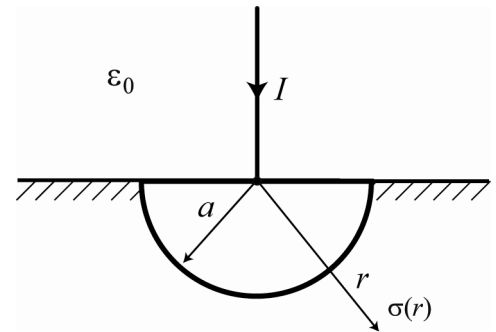
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

ЗАДАЦИ

1. На слици је приказан попречни пресек вода који се састоји од три танка жичана проводника изнад проводне равни, при чему је $a = 1 \text{ cm}$, $h = 4 \text{ m}$ и $d = 1 \text{ m}$. Горњи проводник је уземљен, а два доња проводника су прикључена на идеалне генераторе сталног напона електромоторних сила E супротних поларитета. Околна средина је ваздух. Диелектрична чврстина ваздуха је $\epsilon_{\text{кр}} = 3 \text{ MV/m}$. Утицај проводника за повезивање са проводном равни на електрично поље се може занемарити. Израчунати (а) коефицијенте потенцијала овог система и (б) електромоторну силу E при којој ће доћи до пробоја ваздуха.



2. Полусферни уземљивач полупречника a налази се у земљи пермитивности ϵ и специфичне проводности $\sigma = \sigma_0 \frac{r}{a}$, где је σ_0 константа, а r одстојање од центра уземљивача. Равна површ уземљивача поклапа се са површи земље, као на слици. Струја уземљивача је стална, јачине I . Одредити изразе за: (а) отпорност уземљења уземљивача, (б) максималан напон корака на површи земље уколико је дужина корака l и (в) густину слободног и везаног запреминског наелектрисања у земљи.



Напомена: изрази за дивергенцију у сферном координатном систему гласи

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ
17. НОВЕМБРА 2012. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\mathbf{E} = -V_0 \frac{a}{a^2 + x^2} \mathbf{i}_x$. (б) $\rho = 2V_0 a \epsilon_0 \frac{x}{(a^2 + x^2)^2}$.

2. (a) $\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$. (б) $\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J} dv}{r}$.

3. (a) $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$, (б) $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ и (в) $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \mathbf{H}$.

4. (a) $\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \text{rot } \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$, $\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_v \text{div } \mathbf{A} dv$. (б) $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$, $\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$. (в) $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{J} = 0$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $a_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h + d\sqrt{3}}{a} \approx 123,68 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$, $a_{22} = a_{33} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a} \approx 120,16 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$,

$a_{12} = a_{21} = a_{13} = a_{31} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{\left(2h + d\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{d^2}}{d}} \approx 39,25 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$, $a_{23} = a_{32} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{d^2 + (2h)^2}}{d} \approx 37,52 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$.

(б) $E = \pm \left(-a_{21} \frac{a_{12} - a_{13}}{a_{11}} + a_{22} - a_{23} \right) 2\pi\epsilon_0 a E_{\text{kr}} \approx \pm 138 \text{ kV}$.

2. (a) $R = \frac{1}{4\pi\sigma_0 a}$. (б) $U_k = \frac{Ia}{4\pi\sigma_0} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{(a+l)^2} \right)$. (в) $\rho = -\frac{\epsilon I a}{2\pi\sigma_0 r^4}$, $\rho_p = \frac{(\epsilon - \epsilon_0) I a}{2\pi\sigma_0 r^4}$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 20. НОВЕМБРА У 21 ЧАС.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 21. НОВЕМБРА ОД 13:00 ДО 14:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика