ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ)

31. јануар 2013.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број	Презиме и име										
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ				
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Посматра се гранична површ два несавршена диелектрика, релативних пермитивности $\varepsilon_{r1} = 4$ и $\varepsilon_{r2} = 6$, и специфичних проводности $\sigma_1 = 20\,\mathrm{S/m}$ и σ_2. У диелектрицима постоји стационарно струјно поље. Израчунати σ_2 тако да на граничној површи нема слободног наелектрисања.

2. (а) Написати како гласи интегрални израз за магнетски вектор-потенцијал, $\mathbf{A}$, у линеарној хомогеној средини пермеабилности μ, уколико је у свакој тачки познат вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}$. (б) Полазећи од претходног израза и везе између вектора магнетске индукције, $\mathbf{B}$, и магнетског вектор-потенцијала извести интегрални израз за $\mathbf{B}$.

(а)	(б)

3. На учестаности $f = 1$ GHz проводник има специфичну проводност $\sigma = 10\,\mathrm{S/m}$ и пермеабилност μ_0. Израчунати дубину продирања на тој учестаности.

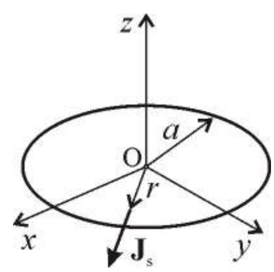
4. Комплексни представник вектора јачине електричног поља електромагнетског таласа, кружне учестаности ω, дат је изразом $\underline{\mathbf{E}} = E_0\left(-\mathbf{i}_x + 2\mathbf{i}_y + \mathrm{j}3\,\mathbf{i}_z\right)$, где је E_0 константа. За овај вектор одредити: (а) тренутни интензитет, (б) минимални интензитет и (в) максимални интензитет. (г) Како је овај вектор поларизован? Образложити одговор.

5. Домен v ограничен затвореном површи S испуњен је ваздухом. У домену постоје извори електромагнетског поља, средње снаге $P = 1\,\mu\mathrm{W}$. Површ S је начињена од савршеног проводника. На основу Поинтингове теореме израчунати укупну електромагнетску енергију која је напустила домен v у интервалу времена од 30 минута.

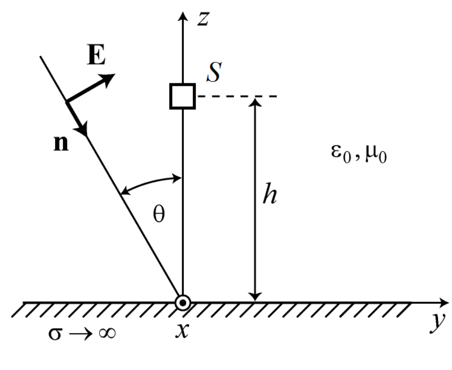
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене у слободном простору, појачања $g = 22\,\mathrm{dBi}$ и на међусобном растојању $d = 900\,\mathrm{m}$, оријентисане тако да је пренос између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 5\,\mathrm{GHz}$, снагом $P = 2\,\mathrm{W}$, израчунати снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику, P_{pr}.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје струје, високе кружне учестаности ω, само по површи танке кружне плоче, полупречника a. Плоча лежи у Oxy равни Декартовог координатног система, а центар јој се поклапа са координатним почетком, као на слици. Вектор густине површинских струја дат је изразом $\mathbf{J}_{\mathrm{s}}(r,t) = J_{\mathrm{s}0}\sqrt{2}\,\dfrac{r(a-r)}{a^2}\cos(\omega t)\,\mathbf{i}_r$, где је $0 \le r \le a$ и $J_{\mathrm{s}0}$ је константа. Одредити комплексне представнике за: (а) вектор густине струје плоче, (б) густину површинског наелектрисања плоче, и (в) вектор индукованог електричног поља у произвољној тачки на z-оси.



2. Раван униформан линијски поларизован ТЕМ талас, учестаности $f = 3\,\mathrm{GHz}$, наилази из вакуума на савршено проводну раван, под углом $\theta = \pi/6$ у односу на вертикалу, као на слици. Ефективна вредност електричног поља овог таласа је $E = 2\,\mathrm{mV/m}$, а вектор $\mathbf{E}$ лежи у равни инциденције. На висини h изнад савршено проводне равни постављена је мала равна контура површине $S = 5\,\mathrm{mm}^2$. (а) Израчунати комплексне векторе резултантног електричног и магнетског поља изнад равни. (б) Одредити како треба поставити контуру тако да индукована електромоторна сила у њој буде максимална. За тај положај контуре израчунати: (в) све могуће висине $h > 0$ тако да ефективна вредност емс индуковане у контури буде максимална и (г) ту максималну ефективну вредност.



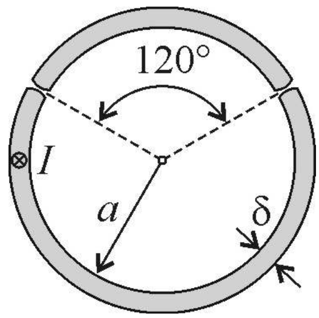
Напомена: израз за дивергенцију у цилиндричном координатном систему гласи $\operatorname{div}\mathbf{A} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial(A_r r)}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$.

Додатак из првог дела градива

- ОФ -

Задаци

***3.** На слици је приказан попречни пресек веома дугачког правог немагнетског проводног шупљег цилиндра, полупречника a и дебљине зида δ ($\delta << a$). У проводнику постоји временски константна струја јачине I, равномерно расподељена по попречном пресеку проводника. Ако се цилиндар расече по двема изводницама на два дела, на начин приказан на слици, одредити вектор подужне силе која делује на мањи од два дела. Околна средина је ваздух.



Питања

***7**. У вакууму су постављена два права бесконачно дуга и бесконачно танка концентрична проводна цилиндра, полупречника a и b. Сматрајући цилиндре телима електростатичког система, чије референтно тело је њима концентрични цилиндар полупречника c ($a < b < c$), одредити коефицијенте електростатичке индукције тог система.

***8**. У средини у којој постоји квазистационарно електромагнетско поље магнетски вектор-потенцијал познат је у свим тачкама контуре C. Одредити магнетски флукс кроз произвољну површ ослоњену о ову контуру.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ), ОДРЖАНОГ 31. ЈАНУАРА 2013. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. $\sigma_2 = \dfrac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\sigma_1 = 30\,\mathrm{S/m}$.

2. (а) $\mathbf{A} = \dfrac{\mu}{4\pi}\displaystyle\int_v \dfrac{\mathbf{J}\mathrm{d}v}{r}$. (б) $\mathbf{B} = \dfrac{\mu}{4\pi}\displaystyle\int_v \dfrac{\mathbf{J}\mathrm{d}v \times \mathbf{r}_0}{r^2}$.

3. $\delta \approx 5\,\mathrm{mm}$.

4. (а) $E(t) = \sqrt{2}E_0\sqrt{5\cos^2(\omega t) + 9\sin^2(\omega t)}$. (б) $E_{\min} = E_0\sqrt{10}$. (в) $E_{\max} = E_0 3\sqrt{2}$. (г) Вектор је елиптички поларизован.

5. $W_{\mathrm{em}} = 0$.

6. $P_{\mathrm{pr}} \approx 1{,}4\,\mu\mathrm{W}$.

***7.** $b_{11} = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{b}{a}}$, $b_{12} = b_{21} = -\dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{b}{a}}$, $b_{22} = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 \ln\dfrac{c}{a}}{\ln\dfrac{b}{a}\ln\dfrac{c}{b}}$.

***8.** $\Phi = \displaystyle\oint_C \mathbf{A}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}$, нормала на површ и смер обиласка контуре везани су правилом десне завојнице.

ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\mathbf{J}}_{\mathrm{s}} = J_{\mathrm{s0}}\dfrac{r(a-r)}{a^2}\mathbf{i}_r$. (б) $\underline{\rho}_{\mathrm{s}} = \mathrm{j}\dfrac{J_{\mathrm{s0}}}{\omega a^2}(2a-3r)$. (в) $\underline{E}_{\mathrm{ind}} = 0$.

2. (а) $\underline{E}_y = \mathrm{j}E\sqrt{3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\frac{y}{2}}\sin\left(\beta\dfrac{\sqrt{3}}{2}z\right)$, $\underline{E}_z = E\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\frac{y}{2}}\cos\left(\beta\dfrac{\sqrt{3}}{2}z\right)$, $\underline{\mathbf{E}} = \underline{E}_y\,\mathbf{i}_y + \underline{E}_z\,\mathbf{i}_z$, $\underline{\mathbf{H}} = \dfrac{2E}{Z_0}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\frac{y}{2}}\cos\left(\beta\dfrac{\sqrt{3}}{2}z\right)\mathbf{i}_x$, где је $Z_0 = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ и $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. (б) Површ контуре треба да је нормална на x-осу. (в) $h = \dfrac{k\sqrt{3}}{30}\,[\mathrm{m}]$, $k = 1,2,3...$ (г) $\varepsilon_{\max} = 1{,}26\,\mu\mathrm{V}$.

***3.** Вектор подужне силе на мањи део цилиндра је интензитета $F' = \dfrac{\sqrt{3}\mu_0 I^2}{8\pi^2 a}$ и лежи у равни цртежа, дуж заједничке симетрале два дела цилиндра, усмерен ка већем од њих.