

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

11. јул 2014.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. У домену од интереса електростатички потенцијал дат је изразом у цилиндричном координатном систему:  $V = \frac{\rho' \cos \phi}{2\pi\epsilon_0 r}$ , где је  $\rho'$  константа. Одредити израз за вектор јачине електричног поља у овом домену.

2. Полазећи од једначине континуитета за стационарно струјно поља извести везу између проводности и капацитивности кондензатора произвољног облика чији је диелектрик хомоген линеаран и несавршен.

3. У свакој тачки домена у вакууму познати су запреминска густина наелектрисања  $\rho(\mathbf{r}, t)$  и вектор густине запреминске струје  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ , где је  $\mathbf{r}$  вектор положаја. Написати изразе за (а) закасни електрични скалар–потенцијал и (б) закасни магнетски вектор–потенцијал ове расподеле наелектрисања и струја. Нацртати слику и на њој назначити величине које се појављују у изразима.

(а)	(б)
-----	-----

4. (a) Написати математички исказ Поинтингове теореме за случај домена потпуно обухваћеног савршеним проводником, у коме постоје временски константни извори електромагнетског поља. (б) У шта се претвара енергија извора поља у овом случају?

(a)	(б)
-----	-----

5. Линијски поларизован простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности вектора јачине електричног поља  $E$  и учестаности  $f$ , налази из вакуума нормално на развојну површ са савршеним диелектриком релативне пермитивности  $\epsilon_r$ . Одредити изразе за ефективне вредности вектора јачина резултантног (a) електричног и (б) магнетског поља, у вакууму.

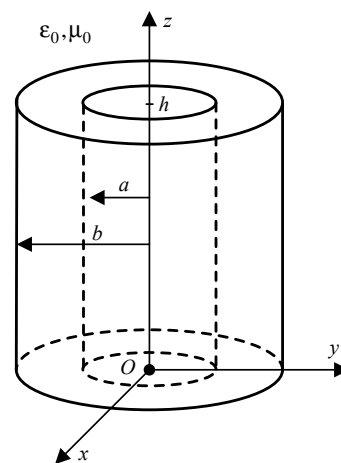
(a)	(б)
-----	-----

6. Раван униформан ТЕМ талас простире се кроз вакуум у правцу  $z$ -осе Декартовог координатног система. У посматраном тренутку интензитет вектора јачине електричног поља таласа је  $E = 754 \mu\text{V/m}$ , а правац и смер тог вектора поклапају се са правцем и смером  $y$ -осе. За овај талас, у посматраном тренутку, израчунати (a) тренутни вектор јачине магнетског поља, и (б) тренутни Поинтингов вектор.

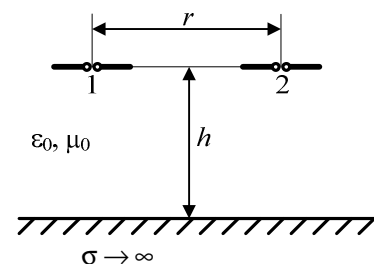
(a)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје простопериодичне струје, високе кружне учестаности  $\omega$ , само по запремини правог шупљег ваљка, висине  $h$ , унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ . У односу на координатни систем приказан на слици вектор густине запреминских струја дат је изразом  $\mathbf{J}(r, z, t) = \sqrt{2} J_0 z \cos(\omega t + \beta \sqrt{r^2 + z^2}) \mathbf{i}_z$ , где је  $J_0$  константа,  $a \leq r \leq b$ ,  $0 \leq z \leq h$  и  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ . Одредити израз за комплексни магнетски вектор-потенцијал у координатном почетку (тачка  $O$ ).



2. Два полуталасна дипола постављена су у вакууму, као на слици. Оба дипола су хоризонтална и леже у равни цртежа. Предајни дипол 1 напаја се генератором простопериодичне електромоторне силе учестаности  $f = 3 \text{ GHz}$  снагом  $P_0 = 5 \text{ W}$ . Диполи су постављени на растојању  $r = 50 \lambda$  и на висини  $h = 30 \lambda$  изнад савршено проводне равни, где је  $\lambda$  таласна дужина у слободном простору на радној учестаности генератора. Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индиковане у пријемном диполу 2.



### Напомена

У цилиндричном координатном систему је  $\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{i}_z$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 11. ЈУЛА 2014. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $\mathbf{E} = \frac{p'}{2\pi\epsilon_0 r^2} (\cos\phi \mathbf{i}_r + \sin\phi \mathbf{i}_\phi).$

2.  $G = \frac{\sigma}{\epsilon} C.$

3. (a)  $V(\mathbf{r}', t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho\left(\mathbf{r}, t - \frac{R}{c_0}\right)}{R} dv,$  (б)  $\mathbf{A}(\mathbf{r}', t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r}, t - \frac{R}{c_0}\right)}{R} dv,$   $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|,$   $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}.$

4. (a)  $p_{\text{gen}} = p_J.$  (б) Енергија извора поља претвара се у топлоту (Џулове губитке) у домену.

5. (a)  $E_{\text{rez}} = E\sqrt{(1 + R\cos(2\beta z))^2 + (R\sin(2\beta z))^2},$  (б)  $H_{\text{rez}} = \frac{E}{Z_0}\sqrt{(1 - R\cos(2\beta z))^2 + (R\sin(2\beta z))^2},$   $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}},$   $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0\epsilon_r}},$

$R = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0},$   $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_r}.$

6. (a)  $\mathbf{H} = -2 \frac{\mu A}{m} \mathbf{i}_x,$  (б)  $\mathbf{P} = 1,508 \frac{\text{nW}}{\text{m}^2} \mathbf{i}_z.$

**ЗАДАЦИ**

1.  $\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0 J_0}{6} \left( (b^2 + h^2)^{3/2} - (a^2 + h^2)^{3/2} - b^3 + a^3 \right) \mathbf{i}_z.$

2.  $\epsilon = \frac{\lambda}{\pi} \frac{120\pi\Omega}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{73\Omega}} \frac{1}{\sqrt{r^2 + 4h^2}} \left( \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{r}{\sqrt{r^2 + 4h^2}}\right)}{\frac{2h}{\sqrt{r^2 + 4h^2}}} \right)^2 \approx 31,1 \text{ mV}.$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 18. ЈУЛА У 13:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 18. ЈУЛА ОД 13:00 ДО 13:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика