КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ, ОС, ИР)

16. новембар 2014.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име	
/		

ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

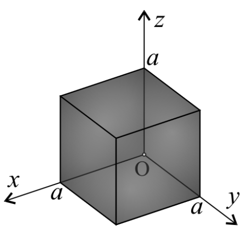
ПИТАЊА

1. У ваздуху постоје наелектрисања само по запремини сферне љуске унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника $b = 2a$. Запреминска густина ових наелектрисања дата је изразом $\rho(r) = \rho_0\, a/r$, где је ρ_0 константа, а r одстојање од центра љуске. (а) За сферни координатни систем, са координатним почетком у центру љуске, написати Пуасонову једначину у љусци. (б) Ако су познати потенцијали на унутрашњој и спољашњој површи љуске, $V(r = a) = V_0$ и $V(r = b) = 2V_0$, где је $V_0 = \rho_0 a^2 / 2\varepsilon_0$, решавањем Пуасонове једначине одредити израз за потенцијал у тачкама у љусци.

(а)	(б)

2. Извести израз за густину запреминског слободног наелектрисања у изотропној линеарној нехомогеној средини у стационарном струјном пољу. У свакој тачки средине познати су пермитивност, специфична проводност и вектор густине струје.

3. У коцки од феромагнетика дужине странице a, приказаној на слици, познат је вектор магнетизације $\mathbf{M} = M_0 \dfrac{yz}{a^2} \mathbf{i}_x$, где је M_0 константа. Коцка се налази у ваздуху. Одредити расподелу Амперових струја коцке.

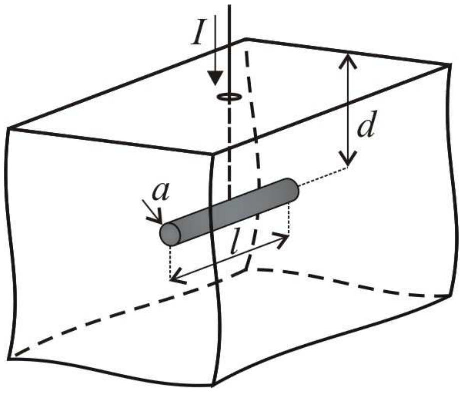


4. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за квазистационарно електромагнетско поље у изотропној линеарној хомогеној средини пермитивности ε и пермеабилности μ. (б) Полазећи од претходних једначина, показати како се уводе магнетски вектор-потенцијал, $\mathbf{A}$, и електрични скалар-потенцијал, V. (в) Како се у квазистационарном пољу усваја $\operatorname{div} \mathbf{A}$?

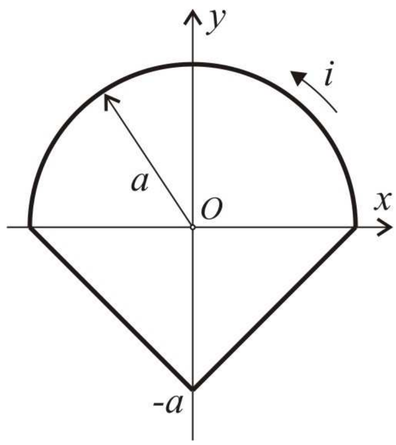
(а)	(б)	(в)

ЗАДАЦИ

1. Цилиндричан савршено проводан уземљивач полупречника $a = 3\,\mathrm{cm}$ и дужине $l = 2{,}5\,\mathrm{m}$ укопан је у хомогену земљу специфичне проводности $\sigma = 0{,}1\,\mathrm{S/m}$, тако да му је оса на дубини $d = 40\,\mathrm{cm}$, као на слици. Струја уземљивача је временски константна, јачине $I = 250\,\mathrm{A}$. (а) Одредити израз за тангенцијалну компоненту вектора јачине електричног поља на површи земље и (б) израчунати њен максималан интензитет. Занемарити неравномерност расподеле струје у земљи услед утицаја крајева уземљивача.



2. Равна жичана контура, сачињена из једног полукружног и два праволинијска дела, као на слици, налази се у ваздуху. Кроз контуру протиче споропроменљива струја јачине i. У координатном почетку координатног система са слике одредити изразе за: (а) вектор јачине индукованог електричног поља, и (б) вектор магнетске индукције.



Напомена: у сферном координатном систему је

$$\mathrm{grad}\,V = \frac{\partial V}{\partial r}\mathbf{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\mathbf{i}_\phi\,,$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\, A_\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\,.$$

Напомена: $\int \frac{dt}{\sqrt{t^2 + a^2}} = \ln\left|t + \sqrt{t^2 + a^2}\right|$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ, ОС, ИР), ОДРЖАНОГ 16. НОВЕМБРА 2014. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$, $a < r < b$, (б) $V = \frac{\rho_0 a}{2\varepsilon_0}\left(6a - r - 4a^2\frac{1}{r}\right)$.

2. $\rho = \operatorname{grad}\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)\cdot \mathbf{J}$.

3. Запреминске Амперове струје су $\mathbf{J}_\mathrm{A} = \frac{M_0}{a^2}\left(y\,\mathbf{i}_y - z\,\mathbf{i}_z\right)$, а површинске Амперове струје постоје само на две странице коцке, $\mathbf{J}_\mathrm{sA}(y=a) = M_0\frac{z}{a}\mathbf{i}_z$ и $\mathbf{J}_\mathrm{sA}(z=a) = -M_0\frac{y}{a}\mathbf{i}_y$.

4. (а) $\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$, $\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_\mathrm{i}$, $\operatorname{div}\mathbf{D} = \rho$, $\operatorname{div}\mathbf{B} = 0$, $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$. (б) $\operatorname{div}\mathbf{B} = 0 \Rightarrow \mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$, $\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \Rightarrow \operatorname{rot}\left(\mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}\right) = 0 \Rightarrow \mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = -\operatorname{grad}V$. (в) $\operatorname{div}\mathbf{A} = 0$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $\mathbf{E}_\mathrm{tan} = \frac{I}{\pi\sigma l}\frac{x}{x^2+d^2}\mathbf{i}_x$, где x-оса лежи у равни земље и нормална је на уздужну осу цилиндричног уземљивача, координатни почетак је у тачки где вертикална оса цилиндричног уземљивача пробија земљу, а смер x осе је произвољан. (б) $E_\mathrm{tan\,max} = 398\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$.

2. (а) $\mathbf{E}_\mathrm{ind} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(-\frac{\partial i}{\partial t}\right)\left(\sqrt{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)-1\right)\mathbf{i}_x$. (б) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi a}(\pi+4)\mathbf{i}_z$.

Увид у радове је **25.11.2014.** од **15:00** до **15:30** у соби **63**.

Са предмета