КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

16. новембар 2014.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име	
/		

ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

ПИТАЊА

1. У ваздуху постоје наелектрисања само по запремини сферне љуске унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника $b=2a$. Запреминска густина ових наелектрисања дата је изразом $\rho(r)=\rho_0\, a/r$, где је ρ_0 константа, а r одстојање од центра љуске. (а) За сферни координатни систем, са координатним почетком у центру љуске, написати Пуасонову једначину у љусци. (б) Ако су познати потенцијали на унутрашњој и спољашњој површи љуске, $V(r=a)=V_0$ и $V(r=b)=2V_0$, где је $V_0=\rho_0 a^2/2\varepsilon_0$, решавањем Пуасонове једначине одредити израз за потенцијал у тачкама у љусци.

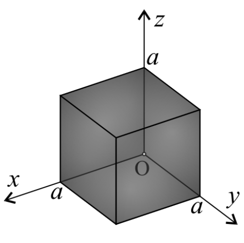
(а)	(б)

2. Извести израз за густину запреминског слободног наелектрисања у изотропној линеарној нехомогеној средини у стационарном струјном пољу. У свакој тачки средине познати су пермитивност, специфична проводност и вектор густине струје.

3. (а) Навести Стоксову теорему и теорему Гаус-Остроградског и објаснити значење појединих чланова. (б) Полазећи од ове две теореме извести диференцијални облик уопштеног Амперовог и уопштеног Гаусовог закона.

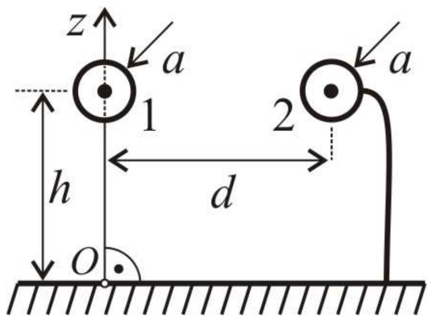
(а)	(б)

4. У коцки од феромагнетика дужине странице a, приказаној на слици, познат је вектор магнетизације $\mathbf{M}=M_0\dfrac{yz}{a^2}\mathbf{i}_x$, где је M_0 константа. Коцка се налази у ваздуху. Одредити расподелу Амперових струја коцке.

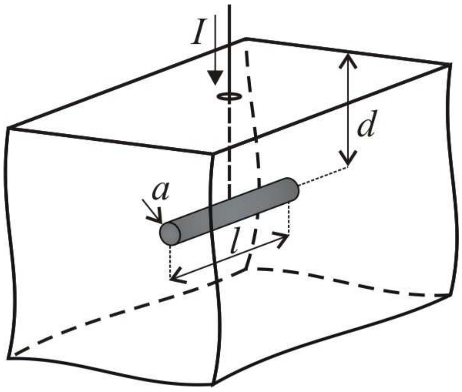


ЗАДАЦИ

1. Два веома дугачка паралелна цилиндрична проводника, полупречника попречног пресека $a = 4\,\mathrm{mm}$, постављена су у ваздуху, на висини $h = 9\,\mathrm{m}$ изнад бесконачне проводне равни. Осе проводника налазе се на растојању $d = 2\,\mathrm{m}$. Проводник 2 је танком проводном жицом спојен са проводном равни, а проводник 1 је слободан. Познат је потенцијал проводника 1, $V_1 = 6\,\mathrm{kV}$. (а) Одредити израз за потенцијал тачака на z-оси са слике, за $0 < z < h - a$. Сматрати да је тачка O на нултом потенцијалу (б) Израчунати интензитет z-компоненте вектора јачине електричног поља у тачки z-осе са координатом $z = 1{,}5\,\mathrm{m}$.



2. Цилиндричан савршено проводан уземљивач полупречника $a = 3\,\mathrm{cm}$ и дужине $l = 2{,}5\,\mathrm{m}$ укопан је у хомогену земљу специфичне проводности $\sigma = 0{,}1\,\mathrm{S/m}$, тако да му је оса на дубини $d = 40\,\mathrm{cm}$, као на слици. Струја уземљивача је временски константна, јачине $I = 250\,\mathrm{A}$. (а) Одредити израз за тангенцијалну компоненту вектора јачине електричног поља на површи земље и (б) израчунати њен максималан интензитет. Занемарити неравномерност расподеле струје у земљи услед утицаја крајева уземљивача.



Напомена: у сферном координатном систему је

$$\operatorname{grad} V = \frac{\partial V}{\partial r}\mathbf{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\mathbf{i}_\phi ,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\, A_\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} .$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 16. НОВЕМБРА 2014. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right)=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}$, $a<r<b$, (б) $V=\frac{\rho_0 a}{2\varepsilon_0}\left(6a-r-4a^2\frac{1}{r}\right)$.

2. $\rho=\operatorname{grad}\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)\cdot\mathbf{J}$.

3. (а) $\oint_C \mathbf{A}\cdot d\mathbf{l}=\int_S \operatorname{rot}\mathbf{A}\cdot d\mathbf{S}$, $\oint_S \mathbf{A}\cdot d\mathbf{S}=\int_S \operatorname{div}\mathbf{A}\,dv$. (б) $\oint_C \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l}=\int_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{S}\Rightarrow \operatorname{rot}\mathbf{H}=\mathbf{J}$, $\oint_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S}=\int_S \rho\,dv\Rightarrow \operatorname{div}\mathbf{D}=\rho$.

4. Запреминске Амперове струје су $\mathbf{J}_\mathrm{A}=\frac{M_0}{a^2}\left(y\,\mathbf{i}_y-z\,\mathbf{i}_z\right)$, а површинске Амперове струје постоје само на две странице коцке, $\mathbf{J}_\mathrm{sA}(y=a)=M_0\frac{z}{a}\mathbf{i}_z$ и $\mathbf{J}_\mathrm{sA}(z=a)=-M_0\frac{y}{a}\mathbf{i}_y$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $V(z)=\frac{Q_1'}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{h+z}{h-z}+\frac{Q_2'}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{(h+z)^2+d^2}{(h-z)^2+d^2}$,

$Q_1'=\frac{a_{22}}{a_{11}a_{22}-a_{12}^2}V_1$, $Q_2'=-\frac{a_{12}}{a_{22}}Q_1'$, $a_{11}=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2h}{a}=a_{22}$, $a_{12}=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\sqrt{d^2+(2h)^2}}{d}=a_{21}$

($a_{11}=15{,}127\cdot10^{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}=a_{22}$, $a_{12}=3{,}962\cdot10^{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}=a_{21}$, $Q_1'=42{,}585\,\frac{\mathrm{nC}}{\mathrm{m}}$, $Q_2'=-11{,}154\,\frac{\mathrm{nC}}{\mathrm{m}}$).

(б) $E_{z\,\tan}(z=1{,}5\,\mathrm{m})\approx131{,}7\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$.

2. (а) $\mathbf{E}_{\tan}=\frac{I}{\pi\sigma l}\frac{x}{x^2+d^2}\mathbf{i}_x$, где x-оса лежи у равни земље и нормална је на уздужну осу цилиндричног уземљивача, координатни почетак је у тачки где вертикална оса цилиндричног уземљивача пробија земљу, а смер x осе је произвољан. (б) $E_{\tan\max}\approx398\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$.

Увид у радове је **25.11.2014.** од **15:00** до **15:30** у соби **63**.

Са предмета