ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

5. фебруар 2015.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број	Презиме и име										
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ				
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. У вакууму је познат потенцијал $V(x,y,z)=\dfrac{4V_0}{\pi}\mathrm{e}^{-(\pi y/a)}\sin\left(\dfrac{\pi x}{a}\right)$ тачака у Декартовом координатном систему, које задовољавају услове $0\le x\le a$, $0\le y\le+\infty$ и $-\infty\le z\le+\infty$, где су V_0 и a константе. У тачкама у којима је познат потенцијал одредити: (а) вектор јачине електричног поља, и (б) густину запреминског наелектрисања.

(а)	(б)

2. Да ли је, у линеарној хомогеној средини специфичне проводности σ, у којој нема побудних струја, могуће остварити стационарно струјно поље чији је вектор густине струје у цилиндричном координатном систему дат изразом $\mathbf{J}=J_0\,\mathbf{i}_\phi$, где је J_0 реална константа? Образложити одговор.

3. За простопериодичан вектор чији је комплексни представник дат изразом $\underline{\mathbf{A}}=(2\mathbf{i}_x+\mathbf{i}_y)+\mathrm{j}(\mathbf{i}_x-\mathbf{i}_z)$ израчунати (а) минимални интензитет и (б) максимални интензитет. (в) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

(а)	(б)	(в)

4. У свакој тачки домена у вакууму познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r},t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$, где је $\mathbf{r}$ вектор положаја. Написати изразе за (а) закаснели електрични скалар–потенцијал и (б) закаснели магнетски вектор–потенцијал ове расподеле наелектрисања и струја. Нацртати слику и на њој назначити величине које се појављују у изразима.

(а)	(б)

5. Раван униформан линијски поларизован ТЕМ талас, учестаности f, простире се кроз вакуум у правцу z-осе Декартовог координатног система. У тренутку $t = 0$ вектор јачине електричног поља таласа у координатном почетку лежи на позитивном делу x-осе. Ефективна вредност електричног поља је E. Написати изразе за: (а) комплексни вектор јачине електричног поља, (б) комплексни вектор јачине магнетског поља, и (в) комплексни Поинтингов вектор таласа.

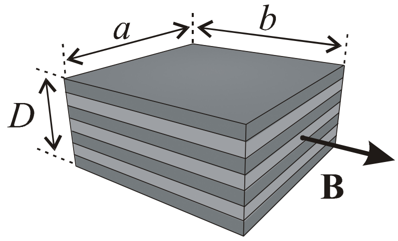
(а)	(б)	(в)

6. Израчунати (а) дубину продирања и (б) површинску отпорност бакра, на учестаности $f = 20\,\mathrm{GHz}$. Реч је о немагнетском материјалу специфичне проводности $\sigma = 57\,\mathrm{MS/m}$.

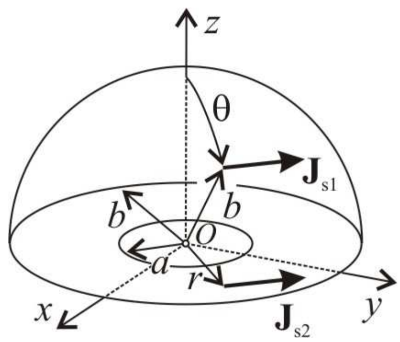
(а)	(б)

ЗАДАЦИ

1. Пакет од N изолованих лимова налази се у споропромењљивом хомогеном простопериодичном магнетском пољу индукције $B(t) = B_0\sqrt{2}\cos(\omega t)$, где су B_0 и ω познате константе. Вектор магнетске индукције је управан на једну страну пакета, као на слици. Лимови су танки , ширине a и дужине b, и начињени су од материјала специфичне проводности σ. Укупна висина пакета лимова је D. Одредити: (а) тренутну снагу Џулових губитака у једном лиму, (б) средњу снагу Џулових губитака пакета лимова, и (в) минималан број лимова N_{min} тако да средња снага Џулових губитака пакета лимова не буде већа од задате снаге P_{max}. Ивични ефекти се могу занемарити.



2. У вакууму постоје простопериодичне струје, високе кружне учестаности ω, само по површи у облику полусфере, полупречника b, која својим ободом належе на кружни прстен, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b, као на слици. У сферном координатном систему вектор густине површинских струја полусфере дат је изразом $\mathbf{J}_{\mathrm{s1}}(\theta, t) = \sqrt{2}J_{\mathrm{s0}}\sin\theta\cos\left(\omega t + \omega b\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\right)\mathbf{i}_{\phi}$, а вектор густине површинских струја прстена изразом $\mathbf{J}_{\mathrm{s2}}(r, t) = \sqrt{2}J_{\mathrm{s0}}\dfrac{r}{b}\cos\left(\omega t + \omega r\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\right)\mathbf{i}_{\phi}$, где је J_{s0} константа, $0 \le \theta \le \pi/2$ и $a \le r \le b$. У координатном почетку (тачки *O*) одредити изразе за: (а) комплексни вектор магнетске индукције, и (б) комплексни вектор јачине индукованог електричног поља. (Координатни почетак је у центру прстена.)



Напомена: у цилиндричном координатном систему је

$$\operatorname{rot}\mathbf{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_{\phi}}{\partial z}\right)\mathbf{i}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\mathbf{i}_{\phi} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rA_{\phi}) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi}\right)\mathbf{i}_z .$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 5. ФЕБРУАРА 2015. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} V = \dfrac{4V_0}{a} \mathrm{e}^{-(\pi y/a)} \left(-\cos\left(\dfrac{\pi x}{a}\right) \mathbf{i}_x + \sin\left(\dfrac{\pi x}{a}\right) \mathbf{i}_y \right)$, (б) $\rho = -\varepsilon_0 \left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) = 0$.

2. Није могуће остварити овакво поље јер $\operatorname{rot} \mathbf{E} \neq 0$.

3. (а) $A_{\mathrm{min}} = \sqrt{2}$. (б) $A_{\mathrm{max}} = 2\sqrt{3}$. (в) Вектор је поларизован елиптички.

4. (а) $V(\mathbf{r}', t) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int_v \dfrac{\rho\left(\mathbf{r}, t - \dfrac{R}{c_0}\right)}{R} \mathrm{d}v$, (б) $\mathbf{A}(\mathbf{r}', t) = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \displaystyle\int_v \dfrac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r}, t - \dfrac{R}{c_0}\right)}{R} \mathrm{d}v$, $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$, $c_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$.

5. (а) $\underline{\mathbf{E}} = E\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} \mathbf{i}_x$, (б) $\underline{\mathbf{H}} = \dfrac{E}{Z_0} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} \mathbf{i}_y$, (в) $\underline{\mathbf{P}} = \dfrac{E^2}{Z_0} \mathbf{i}_z$, ($\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$, $Z_0 = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$).

6. (а) $\delta = 0{,}47\,\mu\mathrm{m}$, (б) $R_{\mathrm{s}} = 37{,}2\,\mathrm{m}\Omega$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $P_{\mathrm{J}}^{(1)}(t) = \dfrac{\sigma a b \omega^2 D^3 B_0^2 \sin^2(\omega t)}{6N^3}$. (б) $P_{\mathrm{J\,sr}}^{(N)} = \dfrac{\sigma a b \omega^2 D^3 B_0^2}{12N^2}$. (в) $N_{\mathrm{min}} \geq \sqrt{\dfrac{\sigma a b \omega^2 D^3 B_0^2}{12 P_{\mathrm{max}}}}$, при чему се узима први већи цео број.

2. (а) $\underline{\mathbf{B}} = \mu_0 J_{\mathrm{s0}} \left[\dfrac{1}{3} + \dfrac{b-a}{2b} + \mathrm{j}\beta \left(\dfrac{7}{12} b - \dfrac{a^2}{4b} \right) \right] \mathbf{i}_z$, $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$. (б) $\underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{ind}} = 0$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 12. ФЕБРУАРА У 14:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 12. ФЕБРУАРА ОД 14:30 ДО 15:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика