КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

8. новембар 2015.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

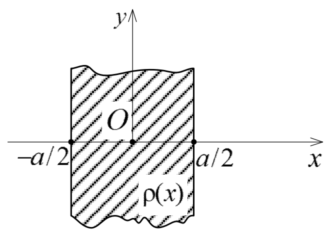
Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име (попуњава кандидат)	
/		

ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

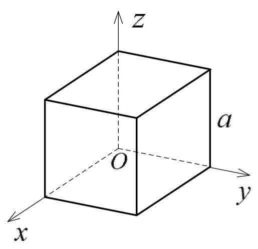
ПИТАЊА

1. У вакууму, у делу простора, постоји запремински расподељено наелектрисање чија густина зависи само од Декартове x-координате и дата је изразом $\rho(x)=\begin{cases}\rho_0\sin(\pi x/a), & |x|\le a/2\\ 0, & |x|>a/2\end{cases}$, при чему су познате позитивне константе ρ_0 и a. Решавањем Пуасонове једначине одредити електрични скалар-потенцијал $V(x)$ у произвољној тачки простора, ако су познати $V(x=-a/2)=V_1$ и $V(x=a/2)=V_2$.



2. Полазећи од диференцијалних једначина које описују стационарно струјно поље у линеарној хомогеној средини, пермитивности ε и специфичне проводности σ, у чијој је свакој тачки познат вектор густине струје $\mathbf{J}$, показати да је густина запреминског слободног наелектрисања једнака нули.

3. У коцки од феромагнетика дужине странице a познат је вектор магнетизације $\mathbf{M}=M_0(x/a)\mathbf{i}_y$. Одредити расподелу Амперових струја коцке.

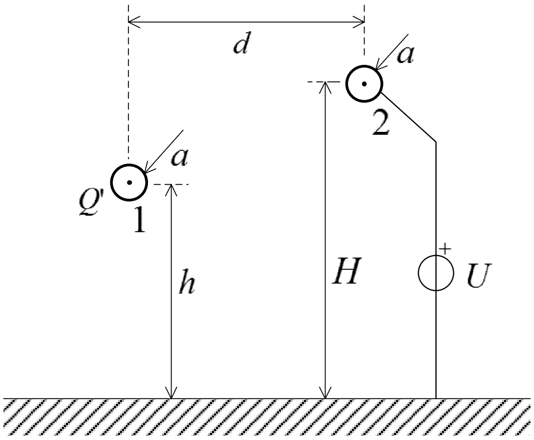


4. (а) Написати потпун систем интегралних једначина за квазистационарно електромагнетско поље у произвољној средини. (б) Написати изразе за векторе јачине електричног поља које потиче од вишка наелектрисања и индукованог електричног поља, ако су у свакој тачки средине познати електрични скалар-потенцијал и магнетски вектор-потенцијал. (в) Написати везу између вектора магнетске индукције и магнетског вектор-потенцијала.

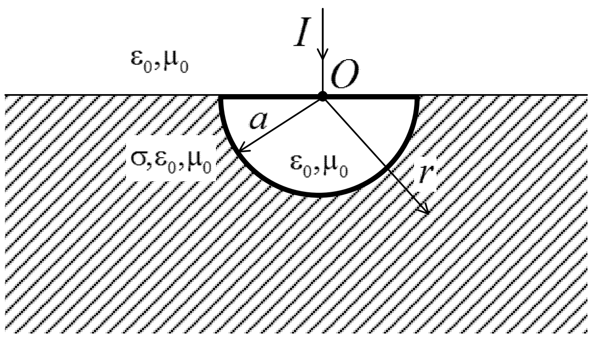
(а)	(б)	(в)

ЗАДАЦИ

1. Два веома дугачка паралелна жичана проводника постављени су у ваздуху изнад проводне равни, као на слици, при чему је $a = 1\,\mathrm{cm}$, $H = 5\,\mathrm{m}$, $h = 3{,}5\,\mathrm{m}$ и $d = 4\,\mathrm{m}$. Подужно наелектрисање проводника 1 је $Q' = 0{,}6\,\mu\mathrm{C/m}$, а проводник 2 је прикључен на генератор сталног напона $U = 2\,\mathrm{kV}$. Израчунати: (а) коефицијенте потенцијала датог система, (б) потенцијал проводника 1 у односу на проводну раван и (в) прираштај подужног наелектрисања проводника 2 ако се тај проводник галвански споји са проводником 1.



2. Метални уземљивач облика бесконачно танке полусферне љуске, полупречника a, укопан је у нехомогену земљу специфичне проводности $\sigma(r) = \sigma_0 (a^2 / r^2) \mathrm{e}^{\alpha r}$, $\alpha > 0$, као на слици. Унутрашњост уземљивача је испуњена ваздухом. Одредити: (а) отпорност уземљивача и (б) расподелу струје на површи уземљивача. Сматрати да на равном делу уземљивача, у односу на цилиндрични координатни систем са координатним почетком у O, постоји само $\mathbf{i}_r$ компонента површинских струја, а да на сферном делу уземљивача, у односу на сферни координатни систем са координатним почетком у O, постоји само $\mathbf{i}_\theta$ компонента површинских струја.



ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 8. НОВЕМБРА 2015. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. $V(x)=\begin{cases} V_1,\ x\le -\dfrac{a}{2} \\ \dfrac{\rho_0 a^2}{\pi^2\varepsilon_0}\sin\dfrac{\pi x}{a}+\dfrac{V_2-V_1-2\dfrac{\rho_0 a^2}{\pi^2\varepsilon_0}}{a}x+\dfrac{V_1+V_2}{2},\ -\dfrac{a}{2}\le x\le\dfrac{a}{2} \\ V_2,\ \dfrac{a}{2}\le x \end{cases}$.

2. $\rho=\operatorname{div}\left(\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\mathbf{J}\right)=\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\operatorname{div}\mathbf{J}+\mathbf{J}\cdot\operatorname{grad}\left(\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\right)=0$.

3. По запремини: $\mathbf{J}_\mathrm{A}=(M_0/a)\mathbf{i}_z$, површинске: $\mathbf{J}_{\mathrm{sA},1}=-M_0(x/a)\mathbf{i}_x$ на страни коцке $z=0$, $\mathbf{J}_{\mathrm{sA},2}=-M_0\mathbf{i}_z$ на страни коцке $x=a$, $\mathbf{J}_{\mathrm{sA},3}=M_0(x/a)\mathbf{i}_x$ на страни коцке $z=a$.

4. (а) $\oint_C\mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}=-\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S\mathbf{B}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}$, $\oint_C\mathbf{H}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}=\int_S\mathbf{J}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}$, $\oint_S\mathbf{D}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}=\int_v\rho\mathrm{d}v$, $\oint_S\mathbf{B}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}=0$, $\mathbf{D}=\mathbf{D}(\mathbf{E})$, $\mathbf{B}=\mathbf{B}(\mathbf{H})$, $\mathbf{J}=\mathbf{J}(\mathbf{E})$.

(б) $\mathbf{E}_Q=-\operatorname{grad}V$, $\mathbf{E}_\mathrm{ind}=-\dfrac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$.

(в) $\mathbf{B}=\operatorname{rot}\mathbf{A}$.

ЗАДАЦИ

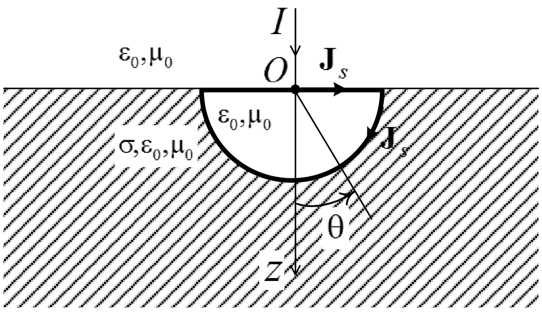
1. (а) $a_{11}=\dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{2h}{a}\approx 1{,}178\cdot10^{11}\,\dfrac{\mathrm{Vm}}{\mathrm{C}}$, $a_{12}=a_{21}=\dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{\sqrt{(H+h)^2+d^2}}{\sqrt{(H-h)^2+d^2}}\approx 1{,}417\cdot10^{10}\,\dfrac{\mathrm{Vm}}{\mathrm{C}}$,

$a_{22}=\dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{2H}{a}\approx 1{,}242\cdot10^{11}\,\dfrac{\mathrm{Vm}}{\mathrm{C}}$. (б) $V_1=69{,}945\,\mathrm{kV}$.

(в) $\Delta Q'_2=66{,}7\,\dfrac{\mathrm{nC}}{\mathrm{m}}$.

2. (а) $R_\mathrm{uz}=\dfrac{\mathrm{e}^{-\alpha a}}{2\pi\sigma_0\alpha a^2}$.

(б) На равном делу уземљивача $\mathbf{J}_\mathrm{s}=\dfrac{I}{2\pi r}\mathbf{i}_r$, на сферном делу уземљивача $\mathbf{J}_\mathrm{s}=-\dfrac{I}{2\pi a}\dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\mathbf{i}_\theta$.



- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 18. НОВЕМБРА У 13 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 18. НОВЕМБРА ОД 13:00 ДО 13:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика