

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

14. јануар 2016.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

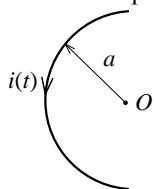
| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат) | | | | | | | КОЛОКВИЈУМ | | | | | |
|--|----|---------------|----|----|----|--------|------------|----|--------|--------------|-------|--|
| Индекс година/број | | Презиме и име | | | | | | | | | | |
| / | | | | | | | ИСПИТ | | | | | |
| ПИТАЊА | | | | | | ЗАДАЦИ | | | | УКУПНО ПОЕНА | ОЦЕНА | |
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | Укупно | 1. | 2. | Укупно | | | |
| | | | | | | | | | | | | |

ПИТАЊА

1. Електростатички потенцијал у цилиндричном координатном систему је дат изразом $V(r, \phi) = A \frac{\sin \phi}{r}$, где је A константа. Одредити израз за вектор јачине електричног поља који одговара овом потенцијалу.

2. На раздвојној површи несавршеног диелектрика, пермитивности ϵ и специфичне проводности σ и савршеног проводника, у стационарном струјном пољу, позната је густина слободног наелектрисања, ρ_s . Одредити интензитет вектора густине струје у диелектрику, непосредно уз раздвојну површ.

3. У делу контуре, облика полукружне нити полупречника a , постоји споропроменљива струја $i(t)$. Одредити израз за интензитет вектора индукованог електричног поља у центру полукруга (тачка O).



4. (а) Написати, у комплексном домену, израз за снагу генератора у линеарној средини специфичне проводности σ , пермитивности ϵ и пермеабилности μ , у чијој је свакој тачки познат комплексни вектор густине побудних струја \underline{J}_i . (б) Полазећи од овог израза, извести Поинтингову теорему у комплексном домену и објаснити значење појединих чланова.

| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

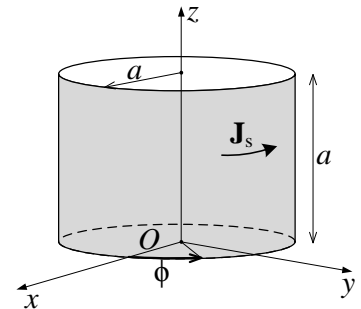
5. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља.

| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

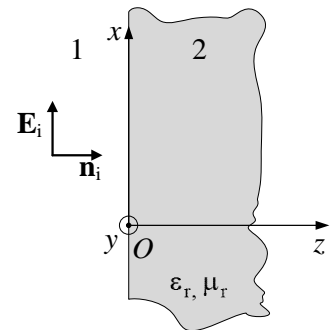
6. Израчунати минимални и максимални интензитет простопериодичног вектора електричног поља, датог комплексним изразом $\underline{\mathbf{E}} = (1 - j)\mathbf{i}_x + 3\mathbf{i}_y + (1 + j)\mathbf{i}_z \frac{V}{m}$.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , само по омотачу цилиндра полупречника a и висине a , као на слици. Вектор густине струје дат је изразом $\mathbf{J}_s(\phi, z, t) = \sqrt{2}J_{s0}(z/a)\cos\omega t\cos\phi\mathbf{i}_\phi$, где је J_{s0} константа, $0 \leq z \leq a$ и $0 \leq \phi \leq 2\pi$. (а) Одредити расподелу наелектрисања на омотачу цилиндра. (б) Одредити комплексни вектор јачине индукованог електричног поља у тачки O .



2. Раван, униформан, линијски поларизован ТЕМ талас, угаоне учестаности ω , наилази из вакуума (средина 1) нормално на бесконачну развојну површ са савршеним диелектриком (средина 2), релативне пермитивности ϵ_r и релативне пермеабилности μ_r , као на слици. (а) За координатни систем са слике одредити комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у вакууму и диелектрику. (б) Израчунати количник максималних ефективних вредности вектора електричног поља у средини 1 и у средини 2, $|\mathbf{E}_1|_{\max}/|\mathbf{E}_2|_{\max}$, ако су $\epsilon_r = 2,25$ и $\mu_r = 1$, респективно.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad \text{и} \quad \text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{i}_z.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 14. ЈАНУАРА 2016. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. $\mathbf{E} = \frac{A}{r^2} (\sin \phi \mathbf{i}_r - \cos \phi \mathbf{i}_\phi)$.

2. $J = \frac{\rho_s}{\epsilon} \sigma$.

3. $|\mathbf{E}_{\text{ind}}(t)| = \frac{\mu_0}{2\pi} \left| \frac{di}{dt} \right|$.

4. $\underline{S}_g = - \int_V \mathbf{J}_i \cdot \underline{\mathbf{E}}^* dv$.

Исказ поинтингове теореме гласи:
$$- \int_V \mathbf{J}_i \cdot \underline{\mathbf{E}}^* dv = \underbrace{\int_V \sigma |\mathbf{E}|^2 dv}_{\text{Цулови губици}} + \underbrace{j\omega \int_V (\mu |\mathbf{H}|^2 - \epsilon^* |\mathbf{E}|^2) dv}_{\text{Стварање и одржавање ЕМ поља}} + \underbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \underline{\mathbf{H}}^*) dS}_{\text{Размена електромагнетске енергије кроз S}}$$

5. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$.

(б) $\Delta \mathbf{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$.

6. $|\mathbf{E}(t)|_{\text{max}} = \sqrt{22} \frac{V}{m}$, $|\mathbf{E}(t)|_{\text{min}} = 2 \frac{V}{m}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\rho_s = -j \frac{J_{s0}}{\omega a^2} z \sin \phi$,

(б) $\mathbf{E}_{\text{ind}} = \frac{\omega \mu_0 J_{s0}}{4\beta} (e^{-j\beta a \sqrt{2}} - e^{-j\beta a}) \mathbf{i}_y$.

2. (a) $\mathbf{E}_1 = E \left(e^{-j\beta_1 z} + \frac{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} - 1}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} + 1} e^{j\beta_1 z} \right) \mathbf{i}_x$, $\mathbf{H}_1 = \frac{E}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}} \left(e^{-j\beta_1 z} - \frac{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} - 1}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} + 1} e^{j\beta_1 z} \right) \mathbf{i}_y$, $\mathbf{E}_2 = E \frac{2\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} + 1} e^{-j\beta_2 z} \mathbf{i}_x$,

$\mathbf{H}_2 = \frac{E}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}} \frac{2}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} + 1} e^{-j\beta_2 z} \mathbf{i}_y$, $\beta_1 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, $\beta_2 = \beta_1 \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$.

(б) $|\mathbf{E}_1|_{\text{max}} / |\mathbf{E}_2|_{\text{max}} = \frac{3}{2}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 20. ЈАНУАРА У 14:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 20. ЈАНУАРА 2016. ОД 14:30 ДО 15:00 ЧАСОВА.