

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

4. фебруар 2016.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

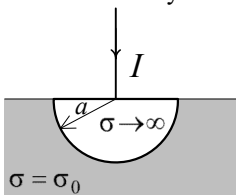
Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Матрица коефицијената потенцијала два проводна тела електростатичког система је $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$. Одредити матрицу делимичних капацитивности овог система.

2. (а) На примеру савршено проводног полусферног уземљивача полупречника a , укопаног у хомогену земљу специфичне проводности σ_0 , илустровати теорему ликова за стационарно струјно поље. (б) Одредити отпорност уземљења овог уземљивача.



(а)	(б)
-----	-----

3. У свим тачкама тела од феромагнетског материјала, запремине v , ограниченог затвореном површи S , познат је вектор магнетизације \mathbf{M} . Околна средина је вакуум, а у систему нема кондукционих струја. Написати изразе за (а) Амперове струје тела и (б) вектор магнетске индукције у произвољној тачки простора.

(а)	(б)
-----	-----

4. Написати Масквелове једначине и једначину континуитета за случај брзопроменљивог електромагнетског поља у линеарној хомогеној и изотропној средини пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ у диференцијалном облику, ако је у свакој тачки простора познат вектор јачине побудног електричног поља \mathbf{E}_i .

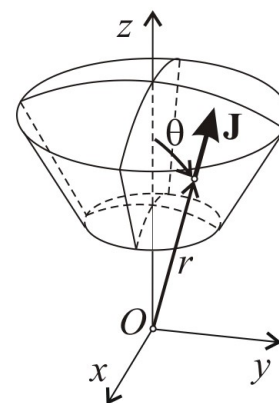
5. (a) Полазећи од диференцијалног облика Максвелових једначина у вакууму, извести таласну једначину за вектор \mathbf{H} .
 (б) За раван, униформан, TEM талас који се простире кроз вакуум, изразити тренутну вредност интензитета Поинтинговог вектора у произвољној тачки простора, у функцији густине електромагнетске енергије.

(a)	(б)
-----	-----

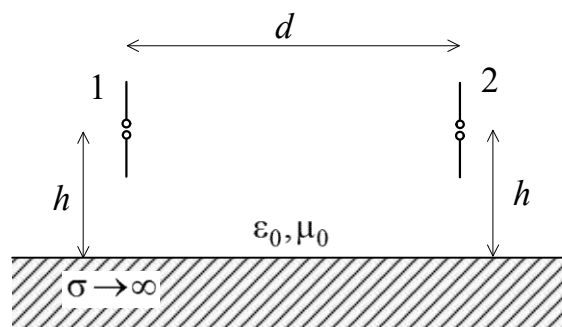
6. Раван, униформан, простопериодичан TEM талас, угаоне учестаности ω , простире се у линеарној хомогеној и изотропној средини пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ . Одредити коефицијент слабљења таласа у тој средини.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , само по запремини, приказаној на слици, у сферном координатном систему ограниченој координатним површинама $r = a$, $r = b$ и $\theta = \pi/6$, где су a и b познате константе. Вектор густине струје дат је изразом у сферном координатном систему $\mathbf{J}(r, \theta, \phi, t) = \sqrt{2} J_0 \frac{r}{3a} \cos(\omega t) \mathbf{i}_r$, где је J_0 позната константа, $a \leq r \leq b$, $0 \leq \theta \leq \pi/6$ и $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Одредити (a) расподелу наелектрисања датог тела у комплексном облику и (б) комплексни вектор јачине електричног поља, које потиче од вишка наелектрисања, у тачки O .



2. Два вертикална полуталасна дипола налазе се у вакууму, на међусобном растојању $d = 16,74\text{m}$ и на висини $h = 1,8\text{m}$ изнад савршено проводне равни, као на слици. Ако се предајни дипол напаја простопериодичном струјом јачине $I = 83\text{mA}$ и учестаности $f = 392\text{MHz}$, (a) израчунати ефективну вредност емс индуковане на крајевима пријемног дипола 2. (б) Поновити тачку (a), ако се исти диполи налазе у слободном простору, тј. ако се уклони проводна раван.



У сферном координатном систему је:

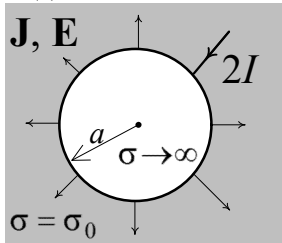
$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ 4. ФЕБРУАРА 2016. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (a) $[c] = \frac{1}{\det[a]} \begin{bmatrix} a_{22} - a_{12} & a_{12} \\ a_{21} & -a_{21} + a_{11} \end{bmatrix}$

2. (a)



(б) $R_{uz} = \frac{1}{2\pi\sigma_0 a}$

3. (a) $\mathbf{J}_A = \text{rot } \mathbf{M}$, $\mathbf{J}_{A,s} = -\mathbf{n} \times \mathbf{M}$.

(б) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\text{rot } \mathbf{M} \times \mathbf{i}_R}{R^2} dv + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{(\mathbf{M} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{i}_R}{R^2} dS$, где је v запремина домена, S површина која ограничава домен, \mathbf{n} спољашња нормала на S , R одстојање од посматраног струјног елемента до тачке у којој се рачуна \mathbf{B} и \mathbf{i}_R јединични вектор од струјног елемента ка тачки у којој се рачуна \mathbf{B} .

4. $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_i)$, $\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$, $\text{div } \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$.

5. (a) $\Delta \mathbf{H} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$, (б) $P = \frac{w_{em}}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$.

6. $\alpha = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)^2}{2} - 1}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\rho_0 = j \frac{J_0}{\omega a}$ по запремини, $\rho_{s1} = -j \frac{J_0 b}{3\omega a}$ по површи $r = b$, $\rho_{s2} = j \frac{J_0}{3\omega}$ по површи $r = a$ и $\rho_{s3} = 0$ по површи $\theta = \pi/6$.

(б) $\underline{\mathbf{E}}_{Q0} = \frac{J_0}{16\omega \varepsilon_0 \beta a} (2e^{-j\beta b} - 2e^{-j\beta a} + j\beta b e^{-j\beta b} - j\beta a e^{-j\beta a}) \mathbf{i}_z$,

$\underline{\mathbf{E}}_{Q1} = j \frac{J_0 b}{48\varepsilon_0 \omega a} (1 + j\beta b) e^{-j\beta b} \mathbf{i}_z$, од ρ_{s1} , $\underline{\mathbf{E}}_{Q2} = -j \frac{J_0}{48\varepsilon_0 \omega} (1 + j\beta a) e^{-j\beta a} \mathbf{i}_z$, од ρ_{s2} , $\underline{\mathbf{E}}_Q = \underline{\mathbf{E}}_{Q0} + \underline{\mathbf{E}}_{Q1} + \underline{\mathbf{E}}_{Q2}$.

2. (a) $\varepsilon_{ind} = 6,1 \text{ mV}$.

(б) $\varepsilon_{ind} = 72,3 \text{ mV}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 9. ФЕБРУАРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 9. ФЕБРУАРА ОД 14:30 ДО 15:00 ЧАСОВА.