КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОС, ОЕ, ИР)

3. април 2016.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

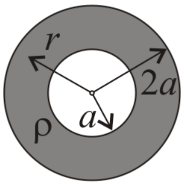
Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име	
/		

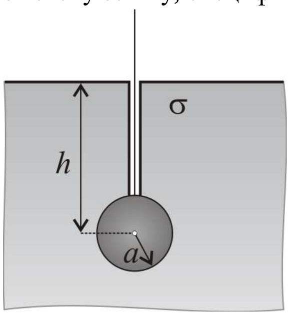
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

ПИТАЊА

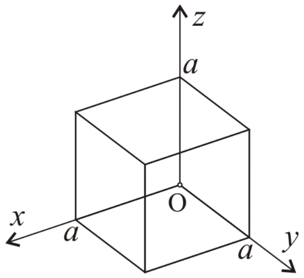
1. У ваздуху постоје наелектрисања константне густине ρ само по запремини сферне љуске унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника $2a$. Сматрајући да електрични потенцијал V зависи само од одстојање од центра љуске r, решавањем Поасонове једначине (у сферном координатном систему, са координатним почетком у центру љуске) одредити израз за потенцијал у тачкама у љусци. Познати су потенцијали на унутрашњој и спољашњој површи љуске, $V(r=a)=V_1$ и $V(r=2a)=2V_1$.



2. Извести израз за отпорност уземљења савршено проводног сферног уземљивача, полупречника a, укопаног у линеарну хомогену земљу, специфичне проводности σ, тако да му је центар на дубини h ($h >> a$).



3. У коцки од феромагнетика дужине странице a, приказаној на слици, познат је вектор магнетизације $\mathbf{M} = M_0 \frac{(x-a)z}{a^2} \mathbf{i}_y$, где је M_0 константа. Коцка се налази у ваздуху. Одредити расподелу Амперових струја коцке.

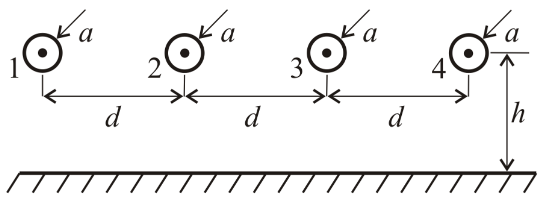


4. (а) Написати диференцијалне једначине за квазистационарно електромагнетско поље у произвољној средини (у временском домену). (б) Полазећи од ових једначина, извести једначину континуитета за квазистационарно електромагнетско поље.

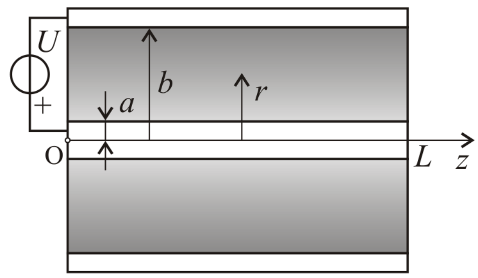
(а)	(б)

ЗАДАЦИ

1. Четири веома дугачка паралелна цилиндрична проводника, полупречника попречног пресека $a = 0{,}1\,\mathrm{mm}$, постављена су у ваздуху, на висини $h = 1{,}6\,\mathrm{mm}$ изнад бесконачне проводне равни. Осе проводника налазе се на растојању $d = 2\,\mathrm{mm}$. (а) Израчунати коефицијенте потенцијала овог система. (б) Ако су познати потенцијали проводника 1 и 3, $V_1 = V_3 = 5\,\mathrm{V}$, а проводици 2 и 4 су ненаелектрисани, израчунати потенцијале проводника 2 и 4. Проводници се могу сматрати танким.



2. Прав коаксијални вод дужине L, савршених проводника полупречника a и b ($L >> a,b$), испуњен је линеарним нехомогеним диелектриком пермитивности $\varepsilon = \varepsilon_0 r/a$ и специфичне проводности $\sigma = \sigma_0 b/r$, где је r ($a \le r \le b$) одстојање од осе вода (z-осе), а σ_0 позната константа. Вод је на једном крају отворен, а на другом крају прикључен на генератор временски константног напона U. Одредити (а) подужну одводност (проводност) кабла, G', (б) вектор густине струје у диелектрику, $\mathbf{J}$, (в) јачину струје у проводницима кабла, $I(z)$, и (г) густину запреминског слободног наелектрисања у диелектрику, ρ.



Напомена: у сферном координатном систему је

$$\mathrm{grad}\, V = \frac{\partial V}{\partial r}\mathbf{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\mathbf{i}_\phi\,,\quad \mathrm{div}\,\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\, A_\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}\,,$$

а у цилиндричном координатном систему је

$$\mathrm{div}\,\mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rA_r\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}\,.$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОС, ОЕ, ИР), ОДРЖАНОГ 3. АПРИЛА 2016. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right)=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}, a<r<b \Rightarrow V=-\frac{\rho_0}{6\varepsilon_0}r^2-\frac{C_1}{r}+C_2$, $C_1=2aV_1+\frac{\rho_0 a^3}{\varepsilon_0}$, $C_2=3V_1+\frac{7\rho_0 a^2}{6\varepsilon_0}$.

2. $R_{\mathrm{uz}}\approx\frac{1}{4\pi\sigma a}$.

3. Запреминске Амперове струје су $\mathbf{J}_{\mathrm{A}}=\frac{M_0}{a^2}\left((a-x)\mathbf{i}_x+z\,\mathbf{i}_z\right)$, а површинске Амперове струје постоје само на две странице коцке, $\mathbf{J}_{\mathrm{sA}}(x=0)=-M_0\frac{z}{a}\mathbf{i}_z$ и $\mathbf{J}_{\mathrm{sA}}(z=a)=M_0\frac{x-a}{a}\mathbf{i}_x$.

4. (а) $\mathrm{rot}\,\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$, $\mathrm{rot}\,\mathbf{H}=\mathbf{J}$, $\mathrm{div}\,\mathbf{D}=\rho$, $\mathrm{div}\,\mathbf{B}=0$. (б) $\mathrm{div}(\mathrm{rot}\,\mathbf{H})=0\Rightarrow\mathrm{div}\,\mathbf{J}=0$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $a_{11}=6{,}233\cdot10^{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}=a_{22}=a_{33}=a_{44}$, $a_{12}=1{,}142\cdot10^{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}=a_{21}=a_{23}=a_{32}$, $a_{13}=0{,}445\cdot10^{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}=a_{31}=a_{24}=a_{42}$, $a_{14}=0{,}225\cdot10^{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}=a_{41}$. (б) $V_2\cong1{,}7\,\mathrm{V}$, $V_4\cong1\,\mathrm{V}$.

2. (а) $G'=\frac{2\pi\sigma_0}{1-\frac{a}{b}}$, (б) $\mathbf{J}=\frac{G'U}{2\pi r}\mathbf{i}_r$, (в) $I(z)=G'U(L-z)$, (г) $\rho=\frac{\varepsilon_0 G'U}{\pi\sigma_0 ab}$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 12. АПРИЛА У 17:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 12. АПРИЛА ОД 17:00 ДО 17:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика