КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

3. април 2016.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

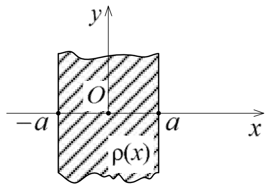
Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име	
/		

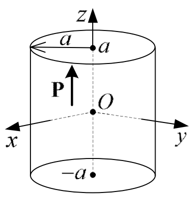
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

ПИТАЊА

1. У вакууму, у делу простора, постоји запремински расподељено наелектрисање, чија густина зависи само од Декартове x-координате и дата је изразом $\rho = \begin{cases} \rho_0 (x^3/a^3), |x| \le a \\ 0, |x| > a \end{cases}$, при чему су познате позитивне константе ρ_0 и a. Решавањем Поасонове једначине одредити електрични скалар-потенцијал $V(x)$ у произвољној тачки простора, ако су познати $V(x=-a) = V_1$ и $V(x=a) = V_2$.



2. (а) Како се дефинише вектор поларизације $\mathbf{P}$? (б) У цилиндру од диелектрика висине $2a$ и полупречника базиса a, приказаном на слици, познат је вектор поларизације $\mathbf{P} = P_0 \frac{6}{\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{z}{a\sqrt{3}}\right) \mathbf{i}_z$, где је P_0 константа. Цилиндар је у вакууму. Одредити расподелу везаних наелектрисања цилиндра.



(а)	(б)

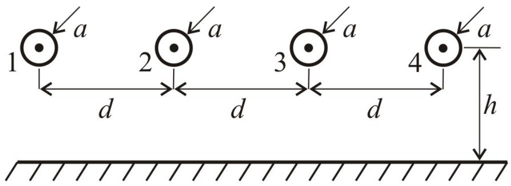
3. Густина слободног површинског наелектрисања на раздвојној површи две проводне средине, у којима постоји стационарна струја, је ρ_s. Пермитивности две средине су ε_1 и ε_2, а специфичне проводности σ_1 и σ_2, респективно, при чему важи услов $\varepsilon_1\sigma_2 \ne \varepsilon_2\sigma_1$. Колика је густина укупног површинског наелектрисања на раздвојној површи?

4. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина у диференцијалном облику за стационарно магнетско поље. (б) Написати везу између вектора магнетске индукције и магнетског вектор потенцијала $\mathbf{A}$. (в) Полазећи од претходних израза, извести диференцијалну једначину коју задовољава овај потенцијал у неферомагнетској средини у којој постоје запреминске стационарне струје вектора густине $\mathbf{J}$.

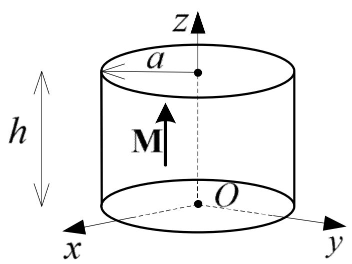
(а)	(б)	(в)

ЗАДАЦИ

1. Четири веома дугачка паралелна цилиндрична проводника, полупречника попречног пресека $a = 0{,}1\,\mathrm{mm}$, постављена су у ваздуху, на висини $h = 1{,}6\,\mathrm{mm}$ изнад бесконачне проводне равни. Осе проводника налазе се на растојању $d = 2\,\mathrm{mm}$. (а) Израчунати коефицијенте потенцијала овог система. (б) Ако су познати потенцијали проводника 1 и 3, $V_1 = V_3 = 5\,\mathrm{V}$, а проводници 2 и 4 су ненаелектрисани, израчунати потенцијале проводника 2 и 4. Проводници се могу сматрати танким.



2. Цилиндар од феромагнетика, полупречника базиса a и висине h, налази се у ваздуху, као на слици. Цилиндар је намагнетисан по запремини, а вектор магнетизације је дат изразом $\mathbf{M} = M_0(z/a + z^3/a^3)\mathbf{i}_z$, $\quad 0 \le z \le h$. Одредити (а) расподелу Амперових струја цилиндра, (б) вектор магнетске индукције у тачки O и (в) вектор јачине магнетског поља у тачки O. Сматрати да се тачка O налази унутар запремине цилиндра.



Напомена:
Изрази за ротор и дивергенцију у цилиндричном координатном систему гласе

$$\operatorname{rot}\mathbf{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right)\mathbf{i}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi}\right)\mathbf{i}_z$$

$$\operatorname{div}\mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rA_r\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ 3. АПРИЛА 2016. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. $\rho(x) = \begin{cases} -\dfrac{\rho_0 x^5}{20\varepsilon_0 a^3} + \left(\dfrac{V_2 - V_1}{2a} + \dfrac{\rho_0 a}{20\varepsilon_0}\right)x + \dfrac{V_1 + V_2}{2}, |x| \le a \\ V_1, x < -a \\ V_2, x > a \end{cases}$

2. (а) Вектор поларизације се дефинише као запреминска густина електричних момената елементарних дипола $\mathbf{P} = \dfrac{1}{\Delta v}\sum_{\Delta v}\mathbf{p}$.

(б) Површинско везано наелектрисање на базисима цилиндра је $\rho_{\mathrm{p,s1}} = \rho_{\mathrm{p,s2}} = P_0$, а запреминско везано наелектрисање $\rho_{\mathrm{p}}(z) = -P_0 \dfrac{6}{\pi\sqrt{3}a}\dfrac{1}{1+\dfrac{z^2}{3a^2}}$.

3. $\rho_{\mathrm{s,tot}} = \dfrac{\varepsilon_0(\sigma_1 - \sigma_2)}{\varepsilon_1\sigma_2 - \varepsilon_2\sigma_1}\rho_{\mathrm{s}}$.

4. (а) $\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J}$, $\mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0$. (б) $\mathbf{B} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$. (в) $\Delta\mathbf{A} = -\mu_0\mathbf{J}$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $a_{11} = 6{,}233\cdot 10^{10}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$, $a_{12} = 1{,}142\cdot 10^{10}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$, $a_{13} = 0{,}445\cdot 10^{10}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$, $a_{14} = 0{,}225\cdot 10^{10}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$. (б) $V_2 \cong 1{,}7\,\mathrm{V}$, $V_4 \cong 1\,\mathrm{V}$.

2. (а) $\mathbf{J}_{\mathrm{As}} = M_0\left(\dfrac{z}{a} + \dfrac{z^3}{a^3}\right)\mathbf{i}_\phi$ на омотачу и $\mathbf{J}_{\mathrm{A}} = 0$ по запремини цилиндра.

(б) $\mathbf{B}(0,0,0) = \dfrac{\mu_0 M_0}{2a}\left(\sqrt{h^2 + a^2} - a\right)\mathbf{i}_z$.

(в) $\mathbf{H}(0,0,0) = \dfrac{M_0}{2a}\left(\sqrt{h^2 + a^2} - a\right)\mathbf{i}_z$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 8. АПРИЛА У 14 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 8. АПРИЛА ОД 14:00 ДО 14:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика