

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

24. август 2017.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

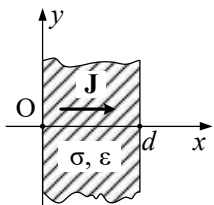
**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омогу вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно	

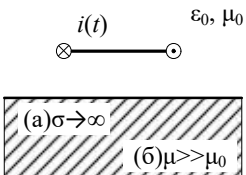
## ПИТАЊА

1. Одредити коефицијенте електростатичке индукције за систем који чине две концентричне, бесконачно танке сферне металне љуске, полупречника  $a$  (љуска 1) и  $b$  (љуска 2), при чему је  $a < b$ . Љуске се налазе у ваздуху. Референтно тело нултог потенцијала је сфера у бесконачности.

2. У бесконачно великој плочи од линеарног диелектрика, дебљине  $d$ , проводности  $\sigma$  и релативне пермитивности  $\epsilon_r = 1 + x^2/d^2$ , постоји стационарна струја. Вектор густине струје је дат изразом  $\mathbf{J} = J_0 \mathbf{i}_x$ , где је  $J_0$  константа. Околна средина је вакуум. Одредити запреминску густину везаних наелектрисања у диелектрику.

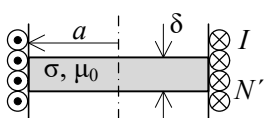


3. Илустровати теорему ликова за случај хоризонталне жичане контуре, у којој постоји струја  $i(t)$  и која се налази изнад равног, бесконачно великог (а) савршеног проводника и (б) феромагнетика



(а)	(б)
-----	-----

4. На средини веома дугачког соленоида, кружног попречног пресека, полупречника  $a$  и подужне густине завојака  $N'$ , постављен је танак кружни проводни диск, дебљине  $\delta \ll a$ , специфичне проводности  $\sigma$  и пермеабилности  $\mu_0$ , као на слици. Средина је ваздух, а у завојцима соленоида постоји споропроменљива простопериодична струја, ефективне вредности  $I$  и угаоне учестаности  $\omega$ . (а) Одредити ефективну вредност индукованог електричног поља у диску. (б) Одредити средњу снагу Цулових губитака услед вртложних струја у диску, под претпоставком да се магнетско поље тих струја може занемарити.



(а)	(б)
-----	-----

5. (a) Написати потпун систем једначина у диференцијалном комплексном облику за брзопроменљиво електромагнетско поље, ако је у свакој тачки средине познат вектор јачине побудне струје  $\underline{\mathbf{J}}_i$ . (б) На основу претходних једначина, извести једначину континуитета.

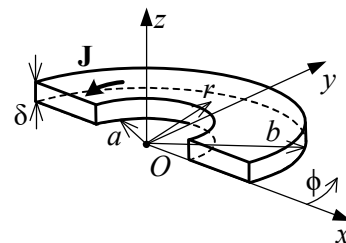
(a)	(б)
-----	-----

6. Раван, униформан, простопериодичан ТЕМ талас простира се у вакууму. Површинска густина средње снаге која се преноси таласом је  $10 \mu\text{W}/\text{m}^2$ . Израчунати ефективне вредности (a) електричног поља, и (б) магнетског поља овог таласа.

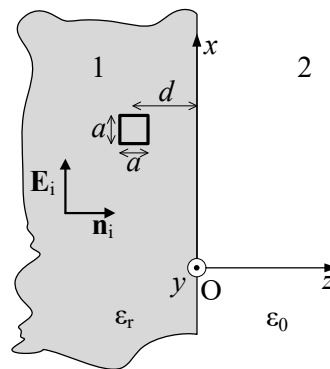
(a)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности  $\omega$ , расподељена по запремини танког полукружног диска унутрашњег полупречника  $a$ , спољашњег полупречника  $b$  и дебљине  $\delta$  ( $\delta \ll a$ ), као на слици. Вектор густине струје дат је изразом у цилиндричном координатном систему,  $\mathbf{J} = \sqrt{2}J_0 \sin \phi \cos(\omega t + \beta r) \mathbf{i}_\phi$ , где је  $J_0$  константа,  $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ,  $a \leq r \leq b$ , и  $0 \leq \phi \leq \pi$ . (a) Одредити расподелу наелектрисања диска. (б) Одредити у тачки  $O$  комплексни вектор јачине електричног поља који потиче од наелектрисања добијеног под (a). (в) Одредити комплексни вектор јачине индукованог електричног поља у тачки  $O$ .



2. Раван, линијски поларизован простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља  $E = 0,8 \text{V/m}$  и учестаности  $f = 3 \text{GHz}$ , наилази из савршеног хомогеног немагнетског диелектрика, релативне пермитивности  $\epsilon_r = 4$ , нормално на развојну површ са вакуумом. У диелектрику, у равни цртежа, лежи електрички мала, квадратна жичана контура, дужине странице  $a = 0,5 \text{cm}$ , на растојању  $d = 3,75 \text{cm}$  од развојне површи. (a) У координатном систему са слике одредити изразе за комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у диелектрику (тј. за  $z < 0$ ). (б) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у правоугаоној жичаној контури. Занемарити поље струја индукованих у контури.



**Напомена:** у цилиндричном координатном систему је:

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

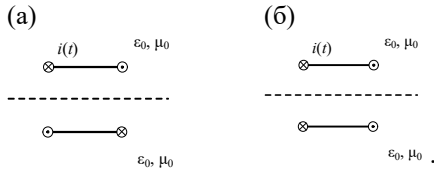
**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 24. АВГУСТА 2017. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $[\mathbf{b}] = [\mathbf{a}]^{-1} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b-a} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & b/a \end{bmatrix}$ .

2.  $\rho_p = -\frac{2J_0\epsilon_0 x}{\sigma d^2}$ .

3.



4. (a)  $E_{\text{ind}} = \frac{\omega\mu_0 N' I r}{2}$     (б)  $P_J = \frac{\sigma\omega^2\mu_0^2 N'^2 I^2 a^4 \delta\pi}{8}$ .

5. (a)  $\text{rot } \underline{\mathbf{E}} = -j\omega\underline{\mathbf{B}}$ ,  $\text{rot } \underline{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{J}} + \underline{\mathbf{J}}_i + j\omega\underline{\mathbf{D}}$ ,  $\text{div } \underline{\mathbf{D}} = \rho$ ,  $\text{div } \underline{\mathbf{B}} = 0$ ,  $\underline{\mathbf{D}} = \epsilon_0 \underline{\mathbf{E}} + \underline{\mathbf{P}}$ ,  $\underline{\mathbf{H}} = \frac{\underline{\mathbf{B}}}{\mu_0} - \underline{\mathbf{M}}$ ,  $\underline{\mathbf{P}} = \underline{\mathbf{P}}(\underline{\mathbf{E}})$ ,  $\underline{\mathbf{M}} = \underline{\mathbf{M}}(\underline{\mathbf{B}})$ ,  $\underline{\mathbf{J}} = \underline{\mathbf{J}}(\underline{\mathbf{E}})$ . (б)  $\text{div}(\underline{\mathbf{J}} + \underline{\mathbf{J}}_i) = -j\omega\rho$ .

6. (a)  $E \approx 61,4 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$ . (б)  $H \approx 162,9 \frac{\mu\text{A}}{\text{m}}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a) Наелектрисања постоје само по запремини диска,  $\underline{\rho} = -\frac{J_0 \cos\phi}{j\omega r} e^{j\beta r}$ .

(б)  $\underline{\mathbf{E}}_\rho = \frac{J_0 \delta}{8j\omega\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + j\beta \ln \frac{b}{a} \right) \mathbf{i}_x$     (в)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = j\omega \frac{\mu_0 J_0 \delta}{8} (b-a) \mathbf{i}_x$ .

2. (a)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez1}} = E(e^{-j\beta_1 z} + R e^{+j\beta_1 z}) \mathbf{i}_x$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez1}} = \frac{E}{Z_1} (e^{-j\beta_1 z} - R e^{+j\beta_1 z}) \mathbf{i}_y$ , где је  $\beta_1 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$ ,  $R = \frac{Z_0 - Z_1}{Z_0 + Z_1}$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ ,  $Z_1 = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$

(б)  $e_{\text{ind}} \approx 3,35 \text{ mV}$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 30. АВГУСТА У 14:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 646, ЈЕ 30. АВГУСТА ОД 14:30 ДО 15:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика