

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

6. фебруар 2018.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табелици. Исте податке написати и на омогу вежбанке.**

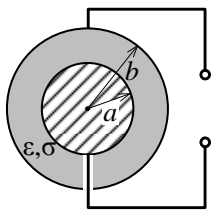
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

**1.** У вакууму је познат потенцијал  $V(x, y, z) = V_0 e^{-(x^2+y^2)/a^2}$  тачака у Декартовом координатном систему,  $-\infty < x, y, z < \infty$ , где су  $V_0$  и  $a$  константе. У свакој тачки одредити (а) вектор јачине електричног поља и (б) густину запреминског наелектрисања.

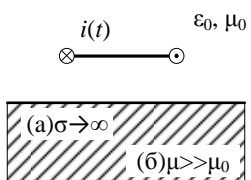
(а)	(б)
-----	-----

**2.** На слици је приказан сферни кондензатор, полупречника електрода  $a$  и  $b$ , испуњен хомогеним линеарним несавршеним диелектриком, пермитивности  $\epsilon$  и специфичне проводности  $\sigma$ . Полазећи од једначине континуитета за стационарно струјно поље и одговарајућих дефиниционих израза, одредити изразе за (а) капацитивност и (б) проводност кондензатора.



(а)	(б)
-----	-----

**3.** Илустровати теорему ликова за случај хоризонталне жичане контуре, у којој постоји струја  $i(t)$  и која се налази изнад равног, бесконачно великог (а) савршеног проводника и (б) феромагнетика.



(а)	(б)
-----	-----

**4.** (а) Написати Лоренцов услов у комплексном облику. (б) Полазећи од израза за вектор јачине електричног поља преко електричног скалар-потенцијала и магнетског вектор-потенцијала, и Лоренцовог услова, извести израз за комплексни вектор јачине електричног поља само у функцији магнетског вектор-потенцијала.

(а)	(б)
-----	-----

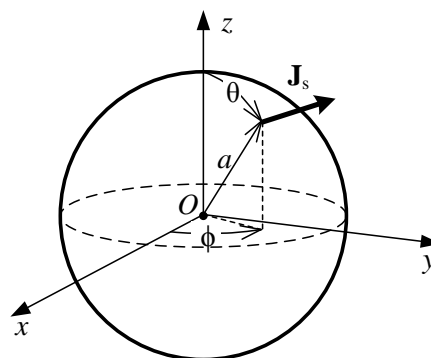
5. (а) Раван униформан простопериодичан TEM талас, учестаности  $f$ , простире се у правцу и смера орта  $\mathbf{n}$  кроз добар проводник специфичне проводности  $\sigma$ . У тачки одређеној вектором положаја  $\mathbf{r}_0$  познат је комплексни вектор јачине електричног поља,  $\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{E}_0$ . Одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља у произвољној тачки простора  $\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$ .

6. Како се дефинишу (а) усмереност (директивност), (б) добитак (појачање) и (в) ефективна површина антене.

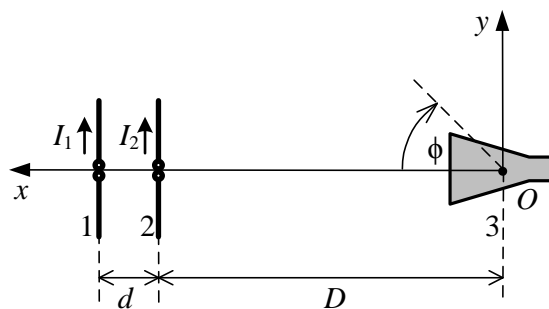
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје простопериодичне струје, високе кружне учестаности  $\omega$ , само по површи сфере полупречника  $a$ . У сферном координатном систему вектор густине површинских струја дат је изразом  $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0} \sin\theta \sin\phi \cos\omega t \mathbf{i}_\phi$ , где је  $J_{s0}$  константа,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ . Одредити у комплексном облику изразе за: (а) густину наелектрисања сфере, (б) вектор јачине електричног поља ових наелектрисања у координатном почетку (тачки  $O$ ), и (в) вектор јачине индукованог електричног поља у координатном почетку (тачки  $O$ ).



2. Два предајна полуталасна дипола (антене 1 и 2), постављена су на међусобном растојању  $d = 2,5 \text{ mm}$ , паралелно  $y$ -оси, као на слици. Диполи се напајају простопериодичним струјама комплексних јачина  $\underline{I}_1 = 0,1 \text{ A}$  и  $\underline{I}_2 = \underline{I}_1 e^{i\delta}$ , и учестаности  $f = 30 \text{ GHz}$ . Пријемна левак антена (антена 3) се налази на растојању  $D = 6,4 \text{ m}$  од другог дипола и има комплексну карактеристичну функцију зрачења  $\underline{\mathbf{F}}_3 = |1 + \cos\phi| \mathbf{i}_\phi$  ( $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ), према референтном смеру са слике. (а) Израчунати фазни помак струје другог дипола,  $\delta$ , тако да је на месту пријемне антене ефективна вредност јачине електричног поља максимална. (б) За то  $\delta$  израчунати ефективну вредност емс која се индукује у пријемној антени.



### Напомена

У сферном координатном систему је:  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ .

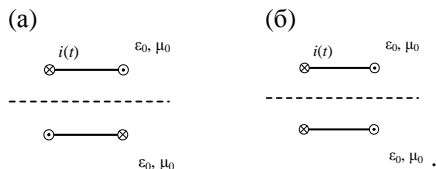
**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 6. ФЕБРУАРА 2018. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $E = 2 \frac{V_0}{a^2} e^{-(x^2+y^2)/a^2} (x\mathbf{i}_x + y\mathbf{i}_y)$ . (б)  $\rho = 4 \frac{\epsilon_0 V_0}{a^2} \left(1 - \frac{x^2+y^2}{a^2}\right) e^{-(x^2+y^2)/a^2}$ .

2. (a)  $C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$ , (б)  $G = \frac{4\pi\sigma}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$ .

3.



4. (a)  $\text{div} \underline{\mathbf{A}} = -j\omega\epsilon\mu \underline{V}$ . (б)  $\underline{\mathbf{E}} = \frac{1}{j\omega\epsilon\mu} \text{grad div} \underline{\mathbf{A}} - j\omega \underline{\mathbf{A}}$ .

5.  $\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \underline{\mathbf{E}}_0 e^{-\sqrt{\pi\mu_0\sigma}(1+j)(r-r_0)\mathbf{n}}$

6. (a)  $D(\theta, \phi) = \frac{I_{zr}(\theta, \phi)}{(I_{zr})_{sr}}$ , где је  $I_{zr}$  интензитет зрачења. (б)  $G(\theta, \phi) = \frac{4\pi I_{zr}(\theta, \phi)}{P_{zr} + P_{gub}}$ , где су  $P_{zr}$  и  $P_{gub}$  су снага зрачења и снага

губитака антене, респективно. (в)  $S_{\text{eff}}(\theta, \phi) = \frac{P_p}{|\mathbf{P}(\theta, \phi)|} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\theta, \phi)$ , где је  $P_p$  снага коју антена предаје прилагођеном пријемнику, а  $\lambda$  таласна дужина у слободном простору.

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\rho}_s = j \frac{J_{s0}}{\omega a} \cos \phi$ . (б)  $\underline{\mathbf{E}}_Q = -j \frac{\pi J_{s0}(1+j\beta a)e^{-j\beta a}}{8\epsilon_0\omega a} \mathbf{i}_x$ ,  $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ . (в)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = j\omega \frac{\pi\mu_0 a J_{s0} e^{-j\beta a}}{8} \mathbf{i}_x$ .

2. (a)  $\delta = 2\pi \left(k - \frac{1}{4}\right)$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . (б)  $\epsilon = 11,94 \text{ mV}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 13. ФЕБРУАРА У 13:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 13. ФЕБРУАРА ОД 13:30 ДО 14:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика