

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

12. септембар 2018.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

## ПИТАЊА

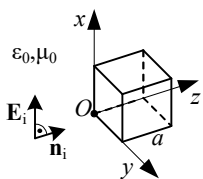
1. Сферни кондензатор, полупречника проводника  $a$  и  $b > a$ , има савршен нехомоген диелектрик, чија пермитивност зависи само од одстојања  $r$  од центра кондензатора као  $\epsilon = \epsilon_0(b^2/r^2)$ . Кондензатор је прикључен на извор сталног напона  $U$ . Одредити расподелу запреминског везаног наелектрисања у диелектрику.

2. У кружном завојку полупречника  $a$  постоји споропроменљива струја  $i(t)$ . Одредити вектор индукваног електричног поља у центру завојка.

3. Полазећи од Максвелових једначина за произвољну линеарну средину извести једначину континуитета у диференцијалном облику у случају (а) квазистационарног поља и (б) брзопроменљивог поља.

(а)	(б)
-----	-----

4. (а) Написати математички исказ Поинтингове теореме у комплексном домену. (б) Полазећи од израза под (а), проверити Поинтингову теорему за домен у облику коцке, дужине странице  $a$ , која се налази у вакууму и на коју наилази раван униформан линијски поларизован, простопериодичан ТЕМ талас, који се простире дуж  $z$ -осе, као на слици.



(а)	(б)
-----	-----

5. (a) Израчунати минималну, максималну и ефективну вредност интензитета вектора јачине електричног поља, датог изразом  $\mathbf{E}(t) = (5 \cos \omega t \mathbf{i}_x + 2 \sin \omega t \mathbf{i}_y) \text{ V/m}$ . (б) У Декартовом координатном систему скицирати криву коју описује врх вектора  $\mathbf{E}$  и означити смер његовог кретања.

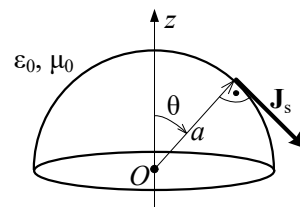
(a)	(б)
-----	-----

6. (a) Написати израз за карактеристичну функцију зрачења полуталасног дипола. (б) Полазећи од израза под (a) и од отпорности зрачења полуталасног дипола, израчунати у децибелима максималну усмереност полуталасног дипола.

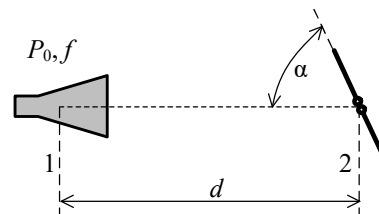
(a)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја само по полусферној површи полупречника  $a$ , као на слици. Вектор густине површинске струје дат је изразом у сферном координатном систему  $\mathbf{J}_s = \sqrt{2} J_{s0} \sin \theta \cos \omega t \mathbf{i}_\theta$ , где су  $J_{s0}$  и  $\omega$  константе. Одредити у комплексном облику (a) расподелу наелектрисања површи и (б) вектора јачине индукованог електричног поља у тачки  $O$ .



2. Предајна левак антена (антена 1) напаја се из простопериодичног генератора учестаности  $f = 2,4 \text{ GHz}$ , снагом  $P_0 = 0,5 \text{ W}$ . Пријемни Херцов дипол (антена 2), дужине  $l = 1 \text{ cm}$ , налази се на растојању  $d = 8 \text{ m}$  од предајне антене, лежи у равни цртежа и заклапа угао  $\alpha = \pi/3$  са хоризонталном осом, као на слици. Усмереност предајне антене у правцу пријемне је  $D_{1, \text{dB}} = 12 \text{ dB}$ . Сматрати да су поларизације предајне и пријемне антене усклађене. Израчунати (a) површинску густину средње снаге која се преноси електромагнетским таласом на месту пријемне антене, (б) ефективну површину пријемне антене у правцу предајне и (в) средњу снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику.



**Напомена:** У сферном координатном систему је

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),  
ОДРЖАНОГ 12. СЕПТЕМБРА 2018. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

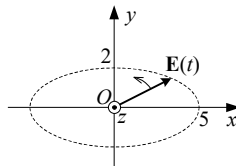
1.  $\rho_p = \frac{2\varepsilon_0 U}{(b-a)r}$ .

2.  $\mathbf{E}_{\text{ind}} = 0$ .

3. (a)  $\text{div } \mathbf{J} = 0$ . (б)  $\text{div } \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ .

4. (a)  $-\int_v \mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E} dv = \int_v \sigma |\mathbf{E}|^2 dv + j\omega \int_v (\mu |\mathbf{H}|^2 - \varepsilon^* |\mathbf{E}|^2) dv + \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S}$ . (б)  $j\omega \int_v (\mu_0 |\mathbf{H}|^2 - \varepsilon_0 |\mathbf{E}|^2) dv = \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S} = 0$ .

5.  $E_{\text{min}} = 2 \text{ V/m}$ ,  $E_{\text{max}} = 5 \text{ V/m}$ ,  $E_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{29}{2}} \text{ V/m}$ . (б)



6. (a)  $\mathbf{F} = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} \mathbf{i}_0$ . (б)  $D \approx 2,16 \text{ dB}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\rho}_s = -\frac{2J_{s0} \cos \theta}{j\omega a}$ ,  $\underline{Q}' = \frac{J_{s0}}{j\omega}$ . (б)  $\mathbf{E}_{\text{ind}} = \frac{j\omega \mu_0 J_{s0} a e^{-j\beta a}}{3} \mathbf{i}_z$ , где је  $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ .

2. (a)  $P \approx 9,9 \text{ mW/m}^2$ . (б)  $S_{\text{eff}2}(\theta = \pi/3) \approx 14 \text{ cm}^2$ . (в)  $P_p \approx 13,8 \mu\text{W}$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 19. СЕПТЕМБРА У 18:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 19. СЕПТЕМБРА ОД 18:00 ДО 18:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика