

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

8. јун 2019.

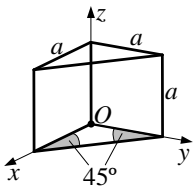
Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. У призми од диелектрика познат је вектор поларизације $\mathbf{P} = P_0(x/a)^2 \mathbf{i}_x$ где је P_0 константа. Околна средина је вакуум. Одредити расподелу везаних наелектрисања призме.



2. Написати потпун систем једначина у диференцијалном облику за (а) стационарно електромагнетско поље, ако је у свакој тачки простора познат вектор побудног поља \mathbf{E}_i и (б) стационарно струјно поље, ако је у свакој тачки простора познат вектор побудних струја \mathbf{J}_i .

(а)	(б)
-----	-----

3. (а) Написати Фарадејев закон електромагнетске индукције за споро променљиво електромагнетско поље у диференцијалном облику. (б) Полазећи од израза добијеног под (а) и Стоксове теореме, извести Фарадејев закон у интегралном облику.

(а)	(б)
-----	-----

4. Написати детаљан математички исказ Поинтингове теореме у општем случају за (а) временски домен и (б) комплексни домен. Објаснити значење сваког члана.

(а)	(б)
-----	-----

5. (a) Одредити ефективну вредност простопериодичног вектора датог комплексним изразом $\mathbf{A} = (1 + j\sqrt{3})\mathbf{i}_x + (\sqrt{3} - j)\mathbf{i}_y$.

(б) Скицирати у Декартовом координатном систему криву коју описује врх овог вектора и означити смер његовог кретања.

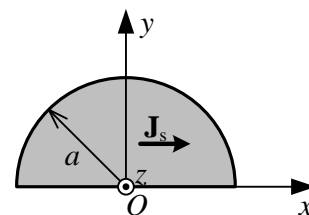
(a)	(б)
-----	-----

6. (a) Написати израз за карактеристичну функцију зрачења произвољне жичане антене и објаснити значење сваке величине. (б) На основу израза добијеног под (a) извести карактеристичну функцију зрачења Херцовог дипола дужине l .

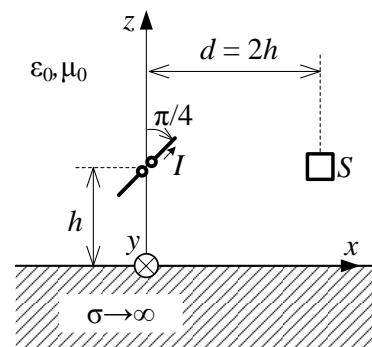
(a)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , само по површи бесконачно танког полукружног диска полупречника a , као на слици. Вектор густине површинске струје дат је изразом $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0} \cos \omega t \mathbf{i}_x$, где је J_{s0} константа. (a) Одредити расподелу наелектрисања диска. (б) Одредити комплексни вектор јачине електричног поља у тачки O .



2. Предајни Херцов дипол, дужине l , постављен је на висини h ($h \gg \lambda$) под углом $\alpha = \pi/4$ у односу на z -осу изнад савршено проводне равни, као на слици. Дипол се напаја простопериодичном струјом ефективне вредности I и учестаности f . На истој висини, на растојању $d = 2h$ од предајног дипола, налази се електрички мала проводна контура, површине S . За координатни систем и референтни смер струје са слике одредити комплексне векторе јачине (a) електричног и (б) магнетског поља на месту контуре. (в) Ако је $l = 1\text{cm}$, $h = 2\text{m}$, $f = 2,4\text{GHz}$, $I = 50\text{mA}$ и $S = 3\text{cm}^2$, израчунати ефективну вредност емс која се индукује у контури.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 8. ЈУНА 2019. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. Густина запреминског везаног наелектрисања: $\rho_p = -\frac{2P_0x}{a^2}$. Површинско везано наелектрисање постоји на косој страни

призме: $\rho_{ps} = \frac{P_0}{\sqrt{2}} \left(\frac{x}{a}\right)^2$.

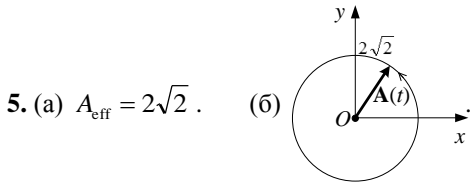
2. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E} + \mathbf{E}_i)$.

(б) $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, $\text{div}(\mathbf{J} + \mathbf{J}_i) = 0$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$.

3. a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$. (б) $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$.

4. (a) $-\int_V \underbrace{\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E}}_{\text{Снага генератора}} dv = \int_V \underbrace{\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}}_{\text{Цулови губици}} dv + \int_V \underbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{H}\right)}_{\text{Стварање одржавање ЕМ поља}} dv + \int_S \underbrace{(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Размена електромагнетске енергије кроз S}}.$

(б) $-\int_V \underbrace{\mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E}}_{\text{Снага генератора}} dv = \int_V \underbrace{\sigma |\mathbf{E}|^2}_{\text{Цулови губици}} dv + j\omega \int_V \underbrace{(\mu |\mathbf{H}|^2 - \epsilon^* |\mathbf{E}|^2)}_{\text{Стварање одржавање ЕМ поља}} dv + \int_S \underbrace{(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Размена електромагнетске енергије кроз S}}.$



6. (a) $\underline{\mathbf{F}} = \mathbf{i}_r \times \left(\mathbf{i}_r \times \frac{1}{I_0} \int_l I(l) e^{j\beta r \mathbf{i}_r} d\mathbf{l} \right)$ где је $\beta = 2\pi/\lambda$, λ таласна дужина у слободном простору и I_0 струја на прикључцима

дипола. (б) $\underline{\mathbf{F}} = \frac{\beta l}{2} \sin \theta \mathbf{i}_\theta$.

ЗАДАЦИ

1. (a) На површи диска је $\rho_s = 0$, на лучној ивици диска $\underline{Q}' = \frac{J_{s0}}{j\omega} \cos \phi$, а на равној ивици диска $\underline{Q}' = 0$.

(б) $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} + \underline{\mathbf{E}}_Q = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} J_{s0} \left[\frac{1}{4} (e^{-j\beta a} - 1) - \frac{1 + j\beta a}{j8\beta a} e^{-j\beta a} \right] \mathbf{i}_x$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}} = j \frac{Z_0 I \beta l}{4\sqrt{2}\pi d} \left(\frac{e^{-j\beta d \sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \mathbf{i}_x - \left(e^{-j\beta d} + \frac{e^{-j\beta d \sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \right) \mathbf{i}_z \right)$. (б) $\underline{H} = j \frac{I \beta l}{4\sqrt{2}\pi d} (e^{-j\beta d} + e^{-j\beta d \sqrt{2}}) \mathbf{i}_y$. (в) $e_{\text{ind}} \approx 2,77 \text{ mV}$.

• РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 15. ЈУНА У 18:00 ЧАСОВА.

• УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 15. ЈУНА ОД 18:00 ДО 18:30 ЧАСОВА.