ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

21. август 2019.

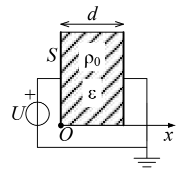
Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

<table>
<tr><td colspan="7">ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)</td><td colspan="3"></td><td>КОЛОКВИЈУМ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Индекс
година/број</td><td colspan="8">Презиме и име</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">/</td><td colspan="8"></td><td>ИСПИТ</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7">ПИТАЊА</td><td colspan="3">ЗАДАЦИ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>Укупно</td><td>1.</td><td>2.</td><td>Укупно</td><td>УКУПНО ПОЕНА</td><td>ОЦЕНА</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

ПИТАЊА

1. Плочаст кондензатор има две танке металне електроде површине S, постављене на растојању d ($d^2 << S$), као на слици. Диелектрик плочастог кондензатора, је линеаран и хомоген, пермитивности ε. Диелектрик је наелектрисан по запремини наелектрисањем густине $\rho_0 = \text{const}$. Кондензатор је прикључен на извор сталног напона U. (а) Решавањем Поасонове једначине одредити електростатички потенцијал, V, у диелектрику кондензатора, ако је десна електрода на нултом потенцијалу. (б) Користећи претходни резултат, одредити вектор јачине електричног поља, $\mathbf{E}$, у диелектрику кондензатора.



(а)	(б)

2. Илустровати теорему ликова у стационарном струјном пољу на примеру сферног уземљивача полупречника a, укопаног у хомогену земљу специфичне проводности σ, на дубини d од површи земље.

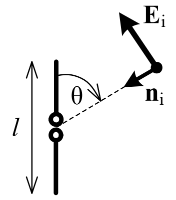
3. Написати у комплексном облику за случај брзо променљивог поља (а) диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал у вакууму и (б) решење те диференцијалне једначине. (в) На основу израза под (б), извести израз за вектор магнетске индукције у интегралном облику.

(а)	(б)	(в)

4. Извести Поинтингову теорему у комплексном облику за случај линеарне и хомогене средине у којој постоје запреминске побудне струје $\underline{\mathbf{J}}_{\mathrm{i}}$.

5. (а) Навести основне особине равних униформних ТЕМ таласа који се простиру у хомогеном диелектрику пермитивности ε и пермеабилности μ.

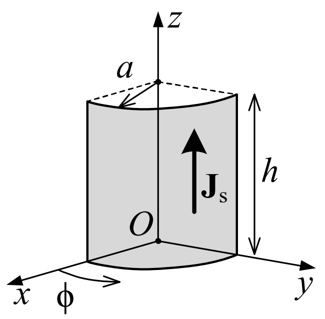
6. (а) Како се дефинише ефективна површина произвољне пријемне антене? (б) Одредити ефективну површину Херцовог дипола дужине $l = \lambda / 20$, за правац наиласка инцидентног таласа $\theta = \pi / 3$, као на слици.



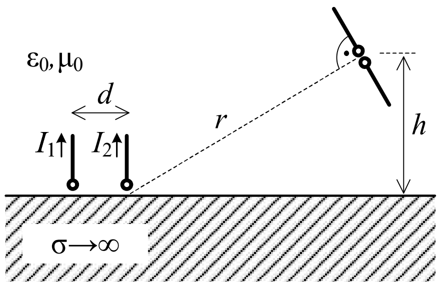
(а)	(б)

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω, расподељена по цилиндричној површи полупречника a и висине h, као на слици. Вектор густине површинских струја дат је изразом у цилиндричном координатном систему, $\mathbf{J}_\mathrm{s}(\phi, z, t) = \sqrt{2} J_{\mathrm{s}0} \cos\omega t\, \mathbf{i}_z$, где је $0 \le \phi \le \pi/2$, $0 \le z \le h$ и $J_{\mathrm{s}0}$ константа. Одредити, у комплексном облику, (а) расподелу слободног наелектрисања цилиндричне површи и (б) вектор јачине електричног поља услед вишка наелектрисања, $\underline{\mathbf{E}}_Q$, у тачки O.



2. Два вертикална четвртталасна монопола налазе се на међусобном растојању $d = \lambda / 2$, непосредно изнад савршено проводне равни и напајају се простопериодичним струјама учестаности f и комплексних вредности $\underline{I}_1 = I$ и $\underline{I}_2 = I\mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}$ На растојању r $(r >> \lambda)$ од монопола, на висини $h = r/2$ од проводне равни, налази се пријемни полуталасни дипол, као на слици. Одредити ефективне вредности (а) вектора јачине електричног поља на месту пријемног дипола и (б) емс која се индукује у пријемном диполу. (в) Одредити фазни помак δ тако да снага коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику буде максимална. (г) Израчунати ту максималну снагу ако је $f = 300\,\mathrm{MHz}$, $I = 4\,\mathrm{A}$ и $r = 1\,\mathrm{km}$.



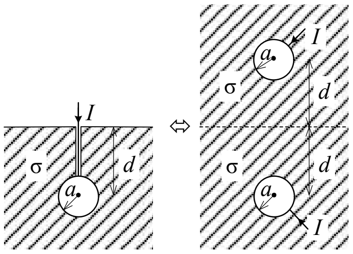
Напомена

У цилиндричном координатном систему је $\operatorname{div}\mathbf{A} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ 21. АВГУСТА 2019. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $V(x) = -\dfrac{\rho_0}{2\varepsilon}x^2 + \left(\dfrac{\rho_0 d}{2\varepsilon} - \dfrac{U}{d}\right)x + U$. (б) $\mathbf{E}(x) = \left[\dfrac{\rho_0}{\varepsilon}\left(x - \dfrac{d}{2}\right) + \dfrac{U}{d}\right]\mathbf{i}_x$.

2. 

.

3. (а) $\Delta\mathbf{A} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\mathbf{A} = -\mu_0\mathbf{J}$. (б) $\mathbf{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int_v \dfrac{\mathbf{J}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R}\mathrm{d}v}{R}$. (в) $\mathbf{B} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int_v \dfrac{\mathbf{J}\times\mathbf{i}_R\,(1+\mathrm{j}\beta R)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R}\mathrm{d}v}{R^2}$.

4. $$\overbrace{-\int_v \underline{\mathbf{J}}_\mathrm{i}^* \cdot \underline{\mathbf{E}}\mathrm{d}v}^{\text{Снага генератора}} = \overbrace{\int_v \sigma\left|\underline{\mathbf{E}}\right|^2\mathrm{d}v}^{\text{Џулови губици}} + \overbrace{\mathrm{j}\omega\int_v\left(\mu\left|\underline{\mathbf{H}}\right|^2 - \varepsilon^*\left|\underline{\mathbf{E}}\right|^2\right)\mathrm{d}v}^{\text{Стварање и одржавање ЕМ поља}} + \overbrace{\oint_S\left(\underline{\mathbf{E}}\times\underline{\mathbf{H}}^*\right)\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}}^{\text{Размена електромагнетске енергије кроз } S}$$.

5.
1. Вектори $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ су међусобно управни и управни на правац простирања. Смер је одређен смером Поинтинговог вектора $\mathbf{P} = \mathbf{E}\times\mathbf{H}$.
2. Вектори јачине електричног и магнетског поља у су константни у трансверзалним равнима.
3. Однос тренутних интензитета $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ у произвољној тачки диелектрика вода је једнак импеданси средине $E/H = \mathrm{const} = Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}$.
4. Брзина простирања таласа износи $c = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$

6. (а) $S_\mathrm{eff} = \dfrac{P_\mathrm{p}}{|\mathbf{P}|}$, где је $\mathbf{P}$ Поинтингов вектор инцидентног таласа. (б) $S_\mathrm{eff} = \dfrac{9}{32\pi}\lambda^2$.

ЗАДАЦИ

1. (а) Постоји само линијско наелектрисање на лучним ивицама цилиндричне површи: $\underline{Q}'(z=h) = -\underline{Q}'(z=0) = \dfrac{J_{s0}}{\mathrm{j}\omega}$.

(б) $\underline{\mathbf{E}}_Q = \underline{\mathbf{E}}_{Q1} + \underline{\mathbf{E}}_{Q2}$, $\underline{\mathbf{E}}_{Q1} = \dfrac{J_{s0}a\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\sqrt{a^2+h^2}}}{4\pi\varepsilon_0\mathrm{j}\omega}\dfrac{1+\mathrm{j}\beta\sqrt{a^2+h^2}}{(a^2+h^2)^3}\left(-a(\mathbf{i}_x+\mathbf{i}_y) - \dfrac{\pi h}{2}\mathbf{i}_z\right)$, $\underline{\mathbf{E}}_{Q2} = \dfrac{J_{s0}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta a}}{4\pi\varepsilon_0\mathrm{j}\omega}\dfrac{1+\mathrm{j}\beta a}{a}\left(\mathbf{i}_x+\mathbf{i}_y\right)$.

2. (а) $E = \dfrac{Z_0 I}{2\pi r}\sqrt{\dfrac{2}{3}}\sqrt{(1+\cos(\delta+\beta d\sqrt{3}/2))^2 + \sin^2(\delta+\beta d\sqrt{3}/2)}$. (б) $\varepsilon = \dfrac{\lambda}{\pi}E$. (в) $\delta = -\beta d\sqrt{3}/2$. (г) $P_\mathrm{p} \approx 53{,}3\,\mu\mathrm{W}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 28. АВГУСТА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 28. АВГУСТА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика