

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

30. јануар 2020.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

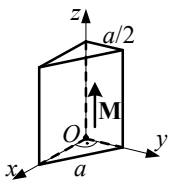
1. Тело од линеарног диелектрика пермитивности  $\epsilon$  налази се у електростатичком пољу у вакууму. Ако су у свакој тачки простора познати густина слободног наелектрисања  $\rho$  и вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}$ , одредити густину везаног наелектрисања у диелектрику, ако је он (а) хомоген и (б) нехомоген.

(а)	(б)
-----	-----

2. (а) Написати граничне услове за стационарно струјно поље. (б) Одредити густину укупног површинског наелектрисања на раздвојној површи две линеарне хомогене проводне средине, специфичних проводности  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , ако је познат вектор густине стационарне струје у првој средини,  $\mathbf{J}_1$ .

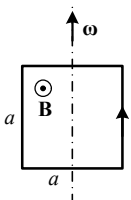
(а)	(б)
-----	-----

3. (а) Како се дефинише вектор магнетизације  $\mathbf{M}$ ? (б) У тространој призми од феромагнетика (слика) постоји заостала магнетизација чији је вектор дат изразом  $\mathbf{M} = M_0 \mathbf{i}_z$ , где је  $M_0$  константа. Околна средина је вакуум. Одредити расподелу запреминских и површинских Амперових струја призме.



(а)	(б)
-----	-----

4. Квадратни завојак, дужине странице  $a$ , окреће се константном угаоном брзином  $\omega$  у хомогеном споро променљивом простопериодичном магнетском пољу индукције  $B(t) = B_m \cos \omega t$ , као на слици. Вектор магнетске индукције је нормалан на раван цртежа, а у тренутку  $t = 0$  завојак лежи у равни цртежа. Одредити тренутну вредност емс индуковане у завојку за референтни смер са слике.



--

5. (а) Написати изразе за векторе јачине електричног и магнетског поља за брзо променљиво поље у временском домену, за хомогену линеарну средину пермитивности  $\epsilon$  и пермеабилности  $\mu$ , ако су у свакој тачки познати електрични скалар-потенцијал  $V$  и магнетски вектор-потенцијал  $\mathbf{A}$ . (б) Полазећи од израза добијених под (а) и Лоренцовог услова, извести диференцијалну једначину коју задовољава електрични скалар-потенцијал, ако је у свакој тачки позната густина слободног наелектрисања  $\rho$ . (в) Написати решење те диференцијалне једначине.

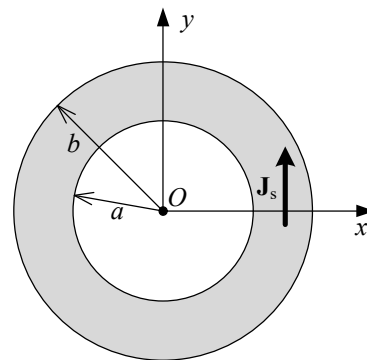
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. Раван униформан простопериодичан TEM талас се простире у правцу и смеру јединичног вектора  $\mathbf{n} = (\mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z)/\sqrt{5}$  кроз добар диелектрик пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$ . У координатном почетку ефективна вредност вектора јачине електричног поља таласа износи  $E_0$ . Одредити (а) коефицијент слабљења у диелектрику и (б) ефективну вредност вектора јачине електричног поља у тачки  $\mathbf{r} = a\mathbf{i}_x + a\sqrt{5}\mathbf{i}_y$ .

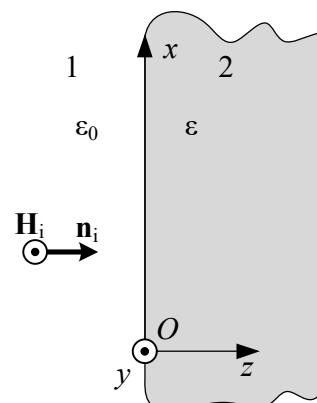
(а)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична, брзо променљива струја само по површи кружног прстена, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , као на слици. Вектор густине површинске струје у прстену дат је изразом  $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0} \cos(\omega t)\mathbf{i}_y$ , где је  $J_{s0}$  позитивна константа. Одредити, у комплексном облику, изразе за (а) расподелу слободног наелектрисања прстена (б) електрични скалар-потенцијал у тачки  $O$  и (в) вектор јачине индукваног електричног поља у тачки  $O$ .



2. Раван, линијски поларизован простопериодичан TEM талас, ефективне вредности магнетског поља  $H$ , и учестаности  $f$ , наилази нормално из вакуума (средина 1) на раздвојну површ са хомогеним немагнетским диелектриком (средина 2), релативне пермитивности  $\epsilon_r$ . (а) За задати смер и правац наиласка инцидентног таласа одредити изразе за коефицијенте рефлексије и трансмисије на раздвојној површи. У координатном систему са слике одредити (б) изразе за комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у диелектрику и вакууму и (в) геометријско место тачака у вакууму у којима је ефективна вредност вектора јачине електричног поља максимална. (г) Скицирати функцију ефективне вредности електричног поља у вакууму у зависности од координате  $z$ .



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 30. ЈАНУАРА 2020. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (а)  $\rho_p = -\frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon} \rho$ . (б)  $\rho_p = -\frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon} \rho - \epsilon \mathbf{E} \cdot \text{grad} \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon}$ .

2. (а)  $\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$ ,  $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) = 0$ . (б)  $\rho_{s,\text{tot}} = \epsilon_0 \left( \frac{1}{\sigma_1} - \frac{1}{\sigma_2} \right) \mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_1$ .

3. (а)  $\mathbf{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \mathbf{m}$ , где је  $\mathbf{m}$  магнетски момент елементарне струјне контуре. (б)  $\mathbf{J}_A = \text{rot} \mathbf{M} = 0$ ,  $\mathbf{J}_{As} = M_0 \mathbf{i}_x$  у равни

$y = 0$ ,  $\mathbf{J}_{As} = -M_0 \mathbf{i}_y$  у равни  $x = 0$ ,  $\mathbf{J}_{As} = M_0 \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \mathbf{i}_x + \frac{1}{2} \mathbf{i}_y \right)$  на косој страни призме.

асд.

4.  $e_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega a^2 B_m \sin(2\omega t)$ .

5. (а)  $\mathbf{E} = -\text{grad} V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ ,  $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A}$ . (б)  $\Delta V - \epsilon \mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon}$ . (в)  $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} dv$ , где је  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$

6. (а)  $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ . (б)  $|\mathbf{E}(\mathbf{r})| = E_0 e^{-\frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} a}$ .

**ЗАДАЦИ**

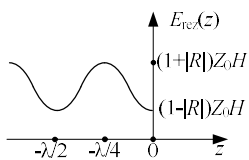
1. (а)  $\rho_s = 0$ ,  $\underline{Q}_1|_{r=a} = -\underline{Q}_2|_{r=b} = -\frac{J_{s0}}{j\omega} \sin \phi$ . (б)  $V = 0$ . (в)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = \frac{\omega \mu_0 J_{s0}}{2\beta} (e^{-j\beta b} - e^{-j\beta a}) \mathbf{i}_y$ , где је  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ .

2. (а)  $R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}}$ ,  $T = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} = \frac{2}{1 + \sqrt{\epsilon_r}}$ . (б)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez1}} = Z_0 H (e^{-j\beta_1 z} + R e^{+j\beta_1 z}) \mathbf{i}_x$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez1}} = H (e^{-j\beta_1 z} - R e^{+j\beta_1 z}) \mathbf{i}_x$ ,

$\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez2}} = T Z_1 H e^{-j\beta_2 z} \mathbf{i}_x$ , и  $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez2}} = T \frac{Z_1}{Z_2} H e^{-j\beta_2 z} \mathbf{i}_y$ , где је  $\beta_1 = \beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ,  $\beta_2 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$ ,  $Z_1 = Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$  и  $Z_2 = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$ .

(в) Максимуми ефективне вредности електричног поља се налазе у равнима одређеним са  $z_n = \frac{(2n-1)}{4f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ ,  $n = 0, -1, -2, \dots$

(г)



- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 6. ФЕБРУАРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 6. ФЕБРУАРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика