

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

6. јун 2022.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

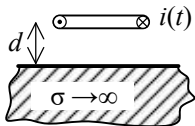
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Написати (а) потпуни систем диференцијалних једначина и (б) једначину континуитета, у комплексном домену, за квазистационарно електромагнетско поље у изотропној линеарној хомогеној средини пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ , у чијој је свакој тачки познат комплексни вектор густине побудних струја, \underline{J}_i .

(а)	(б)
-----	-----

2. Илустровати теорему ликова за случај контуре, у којој постоји временски променљива струја $i(t)$ и која се налази у вакууму изнад бесконачне савршено проводне равни.

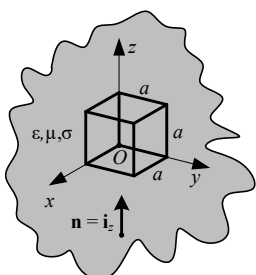


--

3. (а) Полазећи од везе између електричног скалар-потенцијала, магнетског вектор-потенцијала и вектора јачине електричног поља, као и од Лоренцовог услова у вакууму, извести диференцијалну једначину коју задовољава електрични скалар-потенцијал. (б) Написати решење ове диференцијалне једначине.

(а)	(б)
-----	-----

4. (а) Написати детаљан исказ Поинтингове теореме у комплексном облику и објаснити значење свих чланова. (б) Написати исказ Поинтингове теореме за домен у комплексном облику коцке, странице a , која се налази у електромагнетском пољу равнот, линијски поларизованог ТЕМ таласа, у линеарном хомогеном несавршеном диелектрику, пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ , као на слици.



(а)	(б)
-----	-----

5. Израчунати (а) минималну и (б) максималну вредност интензитета вектора јачине електричног поља, датог комплексним изразом $\underline{E} = (2\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y - j\sqrt{5}\mathbf{i}_z)\text{V/m}$. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

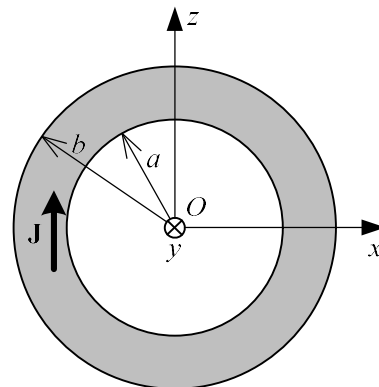
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. Предајна и пријемна антена налазе се на растојању $r = 200\text{m}$. Антене су окренуте тако да је максимум дијаграма зрачења сваке антене уперен ка оној другој антени, а поларизације усклађене. Усмереност антена је $D_{\text{dB}} = 3\text{dB}$. Израчунати однос снаге коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику и предајне снаге у децибелима на учестаностима (а) $f = 200\text{MHz}$, (б) $f = 2\text{GHz}$ и (в) $f = 20\text{GHz}$.

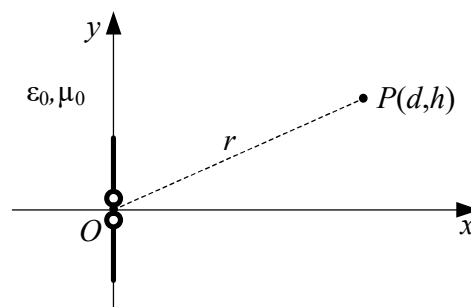
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична, брзо променљива струја само по запремини сферне љуске, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине струје у љусци дат је изразом $\mathbf{J}(t) = \sqrt{2}J_0 \cos \omega t \mathbf{i}_z$, где је J_0 позитивна константа. Одредити, у комплексном облику, изразе за (а) расподелу слободног наелектрисања љуске, (б) електрични скалар-потенцијал у тачки O и (в) вектор јачине индукованог електричног поља у тачки O .



2. Полуталасни дипол налази се у вакууму у координатном почетку Декартовог координатног система, а оса дипола поклапа се са y -осом, као на слици. Дипол се напаја из генератора простопериодичне емс, учестаности $f = 2,4\text{GHz}$ снагом $P_0 = 2,5\text{W}$. Израчунати ефективне вредности све три Декартове компоненте вектора јачине (а) електричног и (б) магнетског поља у тачки $P(d, h)$, где је $d = 6\text{m}$ и $h = d/\sqrt{3}$. (в) Израчунати количник ефективних вредности електромоторних сила које би се индуковале у пријемном полуталасном диполу, постављеном у равни цртежа у тачки P , вертикално (паралелно y -оси) и хоризонтално (паралелно x -оси), ϵ_v / ϵ_h .

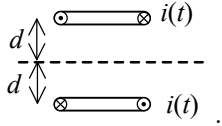


**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 6. ЈУНА 2022. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \underline{\mathbf{E}} = -j\omega\mu\underline{\mathbf{H}}$, $\text{rot } \underline{\mathbf{H}} = \sigma\underline{\mathbf{E}} + \underline{\mathbf{J}}_i$, $\text{div } \underline{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\epsilon}$. (б) $\text{div}(\underline{\mathbf{J}} + \underline{\mathbf{J}}_i) = 0$.

2.



3. (a) $\Delta V - \epsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$. (б) $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} dv$, где је $R = |\mathbf{R}| = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ и $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$.

4. (a)
$$-\int_v \underbrace{\underline{\mathbf{J}}_i^* \cdot \underline{\mathbf{E}}}_{\text{Снага генератора}} dv = \int_v \underbrace{\sigma |\underline{\mathbf{E}}|^2}_{\text{Цулови губици}} dv + j\omega \int_v \underbrace{(\mu |\underline{\mathbf{H}}|^2 - \epsilon^* |\underline{\mathbf{E}}|^2)}_{\text{Стварање и одржавање ЕМ поља}} dv + \oint_S \underbrace{(\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*)}_{\text{Размена електромагнетске енергије кроз } S} \cdot d\mathbf{S}.$$

(б)
$$0 = \int_v \underbrace{\sigma |\underline{\mathbf{E}}|^2}_{\text{Цулови губици}} dv + j\omega \int_v \underbrace{(\mu |\underline{\mathbf{H}}|^2 - \epsilon^* |\underline{\mathbf{E}}|^2)}_{\text{Стварање и одржавање ЕМ поља}} dv + \oint_S \underbrace{(\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*)}_{\text{Размена електромагнетске енергије кроз } S} \cdot d\mathbf{S}.$$

5. (a) $E_{\min} = \sqrt{10} \text{ V/m}$. (б) $E_{\max} = \sqrt{10} \text{ V/m}$. (в) Вектор је кружно поларизован.

6. (a) $10 \log_{10} \left(\frac{P_0}{P_p} \right) \approx 58,5 \text{ dB}$. (б) $10 \log_{10} \left(\frac{P_0}{P_p} \right) \approx 78,5 \text{ dB}$. (в) $10 \log_{10} \left(\frac{P_0}{P_p} \right) \approx 98,5 \text{ dB}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\rho = 0$, $\rho_{s1}(r=b) = \frac{J_0}{j\omega} \cos \theta$, $\rho_{s2}(r=a) = -\frac{J_0}{j\omega} \cos \theta$. (б) $\underline{V} = 0$.

(в) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0}{\beta^2} [(1 + j\beta b)e^{-j\beta b} - (1 + j\beta a)e^{-j\beta a}] \mathbf{i}_z$.

2. (a) $E_{1x} \approx 0,65 \text{ V/m}$, $E_{1y} \approx 1,13 \text{ V/m}$, $E_{1z} = 0$. (б) $H_{1x} = H_{1y} = 0$, $H_{1z} \approx 3,47 \text{ mA/m}$. (в) $\frac{\epsilon_v}{\epsilon_h} \approx 1,95$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 13. ЈУНА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 13. ЈУНА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика