КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

27. јануар 2023.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

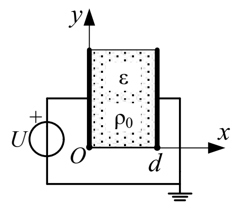
Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име	
/		

ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

ПИТАЊА

1. Плочасти кондензатор има две танке металне електроде површине S, постављене на растојању d, као на слици. Диелектрик плочастог кондензатора је линеаран и хомоген, пермитивности ε, а у њему постоји запреминско слободно наелектрисање константне густине ρ_0. Кондензатор је прикључен на извор сталног напона U. (а) Решавањем Поасонове једначине одредити електростатички потенцијал, V, у диелектрику кондензатора, ако је десна електрода на нултом потенцијалу. (б) Користећи претходни резултат, одредити вектор јачине електричног поља, **E**, у диелектрику кондензатора. Занемарити ивичне ефекте.



(а)	(б)

2. (а) Написати израз за правило преламања струјница у стационарном струјном пољу за раздвојну површ несавршеног диелектрика, пермитивности ε и специфичне проводности σ_d и проводника, специфичне проводности σ_p. Нацртати одговарајућу слику. (б) Уколико је на раздвојној површи позната површинска густина слободног наелектрисања, ρ_s, и ако је $\sigma_\mathrm{p} >> \sigma_\mathrm{d}$, одредити интензитет вектора густине струје у диелектрику, непосредно уз раздвојну површ.

(а)	(б)

3. (а) Написати математички исказ Стоксове теореме. (б) Полазећи од ове теореме извести диференцијални облик уопштеног Амперовог закона.

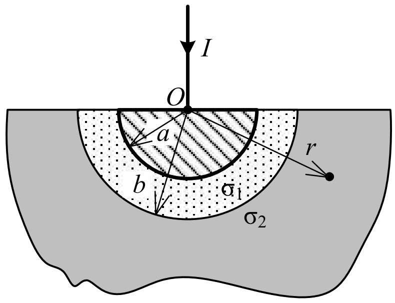
(а)	(б)

4. (а) Испитати да ли у хомогеној линеарној средини, релативне пермеабилности μ_r, може постојати поље магнетске индукције чији је израз у Декартовом координатном систему $\mathbf{B} = B_0(y^2\mathbf{i}_x + x^2\mathbf{i}_y)/a^2$, где су B_0 и a константе. (б) Одредити израз за вектор густине запреминске струје у тој средини.

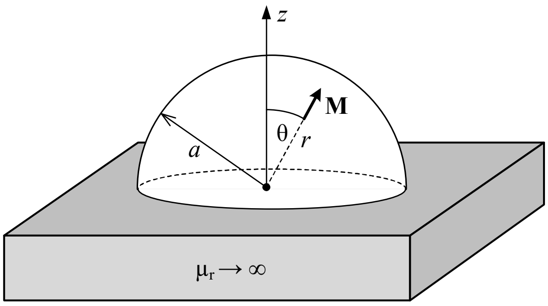
(а)	(б)

ЗАДАЦИ

1. Полусферни уземљивач полупречника a, укопан је у нехомогену земљу, као на слици. Специфична проводност слоја земље уз уземљивач је σ_1, а остатка земље је σ_2. Пермитивност у оба слоја земље износи ε. У уземљивач утиче стационарна струја јачине I. Специфична проводност уземљивача је много већа од σ_1 и σ_2. Одредити изразе за (а) отпорност уземљивача, (б) расподелу слободних наелектрисања у земљи и (в) електрични скалар-потенцијал на површи земље за $r > b$.



2. Полулопта од феромагнетика, полупречника a, налази се у ваздуху и лежи (својом равном површи) на бесконачном блоку, сачињеном од јаког феромагнетика. Полулопта је намагнетисана по запремини, а вектор магнетизације дат је изразом $\mathbf{M} = M_0 (r/a)\mathbf{i}_r$, $0 \le r \le a$, $0 \le \theta \le \pi/2$. Одредити (а) расподелу Амперових струја полулопте, (б) вектор магнетске индукције у центру лопте и (в) вектор јачине магнетског поља у центру лопте.



Напомене:

У сферном координатном систему је $\operatorname{div}\mathbf{A} = \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta \sin\theta) + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$ и

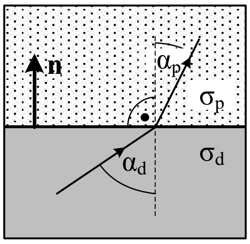
$$\operatorname{rot}\mathbf{A} = \frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi \sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right)\mathbf{i}_r + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)\right)\mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)\mathbf{i}_\phi .$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 27. ЈАНУАРА 2023. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $V(x)=\dfrac{\rho_0 x(d-x)}{2\varepsilon}+U\left(1-\dfrac{x}{d}\right)$. (б) $\mathbf{E}(x)=\left[\dfrac{\rho_0}{\varepsilon}\left(x-\dfrac{d}{2}\right)+\dfrac{U}{d}\right]\mathbf{i}_x$.

2. (а) $\dfrac{\mathrm{tg}\,\alpha_\mathrm{d}}{\mathrm{tg}\,\alpha_\mathrm{p}}=\dfrac{\sigma_\mathrm{d}}{\sigma_\mathrm{p}}$,



(б) $J=\dfrac{\sigma_\mathrm{d}}{\varepsilon}\rho_\mathrm{s}$.

3. (а) $\oint_C \mathbf{A}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}=\int_S \mathrm{rot}\,\mathbf{A}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}$. (б) $\oint_C \mathbf{H}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}=\int_S \mathbf{J}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}\Rightarrow \mathrm{rot}\,\mathbf{H}=\mathbf{J}$.

4. (а) Како је $\mathrm{div}\,\mathbf{B}=0$, овакво поље може постојати. (б) $\mathbf{J}=\dfrac{2B_0}{\mu_0\mu_\mathrm{r}a^2}(x-y)\mathbf{i}_z$.

ЗАДАТАК

1. (а) $R_\mathrm{uz}=\dfrac{1}{2\pi}\left(\dfrac{1}{\sigma_1}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)+\dfrac{1}{\sigma_2 b}\right)$. (б) $\rho_1=\rho_2=0$, $\rho_{\mathrm{s}1}=\dfrac{\varepsilon I}{2\pi\sigma_1 a^2}$ на раздвојној површи проводника и првог слоја земље, $\rho_{\mathrm{s}2}=\dfrac{\varepsilon I}{2\pi b^2}\left(\dfrac{1}{\sigma_2}-\dfrac{1}{\sigma_1}\right)$ на раздвојној површи два слоја земље. (в) $V(r)=\dfrac{I}{2\pi\sigma_2 r}$.

2. (а) $\mathbf{J}_\mathrm{A}=0$ по запремини, $\mathbf{J}_\mathrm{As}=0$ на сферној површи, $\mathbf{J}_\mathrm{As}=M_0\dfrac{r}{a}\mathbf{i}_\phi$ на равној површи. (б) $\mathbf{B}=\mu_0 M_0\ \mathbf{i}_z$.
(в) $\mathbf{H}=M_0\ \mathbf{i}_z$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 2. ФЕБРУАРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 2. ФЕБРУАРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика