

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

19. фебруара 2023.

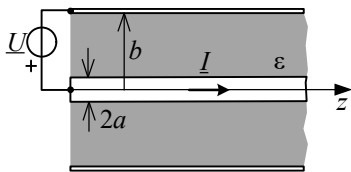
Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. Одредити израз за комплексни Поинтингов вектор у диелектрику коаксијалног вода, унутрашњег полупречника a и спољашњег b , ако се он напаја генератором простопериодичног споропроменљивог напона комплексне вредности \underline{U} , а кроз унутрашњи проводник протиче струја јачине \underline{I} , као на слици. Вод је испуњен савршеним диелектриком пермитивности ϵ . Нацртати одговарајућу слику и означити потребне величине. Занемарити ивичне ефекте.

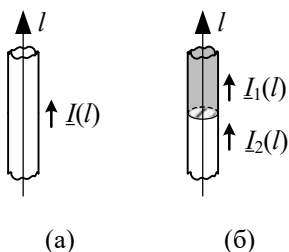


2. Сфера полупречника a и специфичне проводности σ , налази се у вакууму у хомогеном споропроменљивом магнетском пољу индукције $\mathbf{B}_e(t)$. Одредити израз за средњу снагу Џулових губитака у сфери. Занемарити утицај магнетског поља услед вртложних струја у сфери.

3. (а) Написати у комплексном облику Лоренцов услов за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму. (б) Полазећи од тог израза и Максвелових једначина, извести диференцијалну једначину коју задовољава електрични скалар-потенцијал V у вакууму. У свакој тачки простора је позната запреминска густина наелектрисања, ρ .

(а)	(б)
-----	-----

4. Написати у комплексном облику (а) једначину континуитета за случај веома дугачког танког проводника и (б) гранични услов за случај споја два танка, права проводника, у којима су познате расподеле брзопроменљиве простопериодичне струје, као на слици.



(а)	(б)
-----	-----

5. Дат је комплексни вектор јачине електричног поља $\underline{E} = (j2\mathbf{i}_x - j\sqrt{5}\mathbf{i}_z)$ mV/m. Кружна учестаност је ω . Одредити (а) тренутни вектор јачине електричног поља и (б) тренутни интензитет вектора јачине електричног поља. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

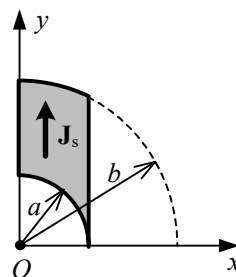
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. (а) Полазећи од Максвелових једначина, у комплексном облику, у средини параметара σ , ϵ и μ , извести израз за комплексну пермитивност, $\underline{\epsilon}$. (б) По аналогији са фазним коефицијентом у непроводним срединама извести израз за комплексни коефицијент простирања. (в) Полазећи од претходног израза, извести изразе за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у случају средине са малим губицима на учестаности f .

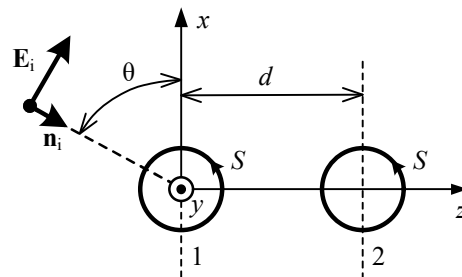
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична површинска струја, високе кружне учестаности ω , само по површи дела кружног прстена, ограниченог луковима полупречника a и b и вертикалним дужима, као на слици. Вектор површинске струје дат је изразом $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0} \cos(\omega t)\mathbf{i}_y$, где је J_{s0} константа. Одредити (а) расподелу наелектрисања прстена и (б) комплексни вектор јачине електричног поља услед вишка наелектрисања у тачки O .



2. На две мале, усамљене, копланарне, кружне контуре површина $S = 3,2 \text{ cm}^2$ у ваздуху налази раван простопериодичан TEM талас ефективне вредности јачине електричног поља E и учестаности f под углом $\theta = 60^\circ$, као на слици. Центри контура су на растојању $d = 50 \text{ cm}$. (а) Написати једначине електричног и магнетског поља инцидентног таласа у декартовом координатном систему у комплексном облику. (б) Израчунати све учестаности из опсега $20 \text{ MHz} \leq f \leq 2000 \text{ MHz}$ за које емс индуквана у првој контури фазно предњачи за $\pi/4$ у односу на емс у другој контури, према референтним смеровима са слике. (в) За најнижу такву учестаност, израчунати ефективну вредност јачине електричног поља таласа за коју је емс у другој контури $\epsilon_2 = 2,4 \mu\text{V}$.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 19. ФЕБРУАРА 2023. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. $\underline{P} = \frac{U \underline{I}^*}{2\pi \ln(b/a) r^2} \cdot \mathbf{i}_z$.

2. $P_j = \frac{2\sigma a^5 \pi}{15} \overline{\left(\frac{dB_e(t)}{dt} \right)^2}$

3. (a) $\operatorname{div} \mathbf{A} = -j\omega \epsilon_0 \mu_0 \underline{V}$. (б) $\Delta \underline{V} + \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \underline{V} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$.

4. (a) $\frac{dI}{dt} = -j\omega \underline{Q}'$. (б) $I_1 - I_2 = -j\omega \underline{Q}$, на месту споја.

5. (a) $\mathbf{E}(t) = (-2\sqrt{2}\mathbf{i}_x + \sqrt{10}\mathbf{i}_z) \sin \omega t$ mV/m. (б) $E(t) = 3\sqrt{2} |\sin \omega t|$ mV/m. (в) Вектор је поларизован линијски.

6. (a) $\underline{\epsilon} = \epsilon + \frac{\sigma}{j\omega}$. (б) $\underline{\gamma} = j\omega \sqrt{\epsilon \mu}$. (в) $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\epsilon \mu}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) По површи исечка је $\rho_s = 0$. На равним ивицама је $\underline{Q}' = 0$, а на четврткржним луковима, $r = a$ и $r = b$, постоје линијске густине наелектрисања $\underline{Q}'_a = -\frac{J_{s0} \sin \phi}{j\omega}$, $0 \leq \phi \leq \pi/2$ и $\underline{Q}'_b = \frac{J_{s0} \sin \phi}{j\omega}$, $\arccos(a/b) \leq \phi \leq \pi/2$, респективно, где се угао ϕ мери од x -осе.

(б) $\underline{E}_Q = \underline{E}_{Qa} + \underline{E}_{Qb}$, где је $\underline{E}_{Qa} = \frac{J_{s0}}{8\pi\epsilon_0 j\omega} \cdot \frac{1 + j\beta a}{a} e^{-j\beta a} \left(\mathbf{i}_x + \frac{\pi}{2} \mathbf{i}_y \right)$,

$\underline{E}_{Qb} = \frac{J_{s0}}{8\pi\epsilon_0 j\omega} \cdot \frac{1 + j\beta b}{b} e^{-j\beta b} \left(-\frac{1 + \cos 2\phi_0}{2} \mathbf{i}_x - \frac{\pi - 2\phi_0 + \sin 2\phi_0}{2} \mathbf{i}_y \right)$, $\phi_0 = \arccos\left(\frac{a}{b}\right)$.

2. (a) $\underline{E}_i = E e^{-j\beta(-x \cos \theta + z \sin \theta)} (\mathbf{i}_x \sin \theta + \mathbf{i}_z \cos \theta)$, $\underline{H}_i = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta(-x \cos \theta + z \sin \theta)} \mathbf{i}_y$, где је Z_0 таласна импеданса у ваздуху.

(б) $f \in \{86,6 \text{ MHz}, 779,4 \text{ MHz}, 1472,2 \text{ MHz}\}$. (в) $E = \frac{\epsilon_2 Z_0}{2\pi f_1 \mu_0 S} \approx 4,14 \text{ mV/m}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 25. ФЕБРУАРА У 12:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 25. ФЕБРУАРА ОД 12:00 ДО 12:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика