

# КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

5. јун 2023.

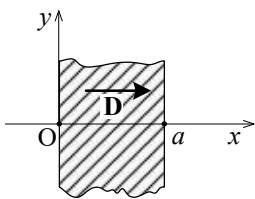
**Напомене.** Колоквијум траје 120 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

## ПИТАЊА

1. У бесконачној плочи дебљине  $a$ , која се налази у вакууму, познат је вектор електричне индукције  $\mathbf{D} = D_0 \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \mathbf{i}_x$ , где је  $D_0$  константа. (а) Одредити расподелу слободног наелектрисања плоче. (б) Полазећи од уопштеног Гаусовог закона у интегралном облику, одредити вектор јачине електричног поља изван плоче, за  $x < 0$  и  $x > a$ .



(а)	(б)
-----	-----

2. Написати потпун систем једначина у диференцијалном облику за стационарно електромагнетско поље, ако је у свакој тачки простора познат вектор побудног поља  $\mathbf{E}_i$ .

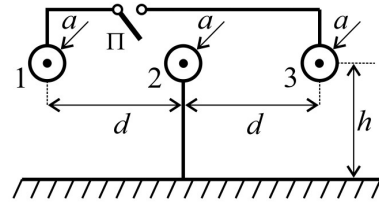
3. Густина слободног површинског наелектрисања на раздвојној површи две линеарне хомогене проводне средине, у којима постоји стационарна струја, је  $\rho_s$ . Пермитивности средина су  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , а специфичне проводности  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , респективно ( $\epsilon_1 \sigma_2 \neq \epsilon_2 \sigma_1$ ). Одредити густину везаног површинског наелектрисања на раздвојној површи.

4. Бесконачно дугачка права нит, у којој постоји стална струја  $I$ , постављена је, у вакууму, дуж  $z$ -осе цилиндричног координатног система. (а) Извести израз за вектор магнетске индукције ове нити. (б) Полазећи од овог израза показати да важе основне диференцијалне једначине стационарног магнетског поља, у свим тачкама изван нити.

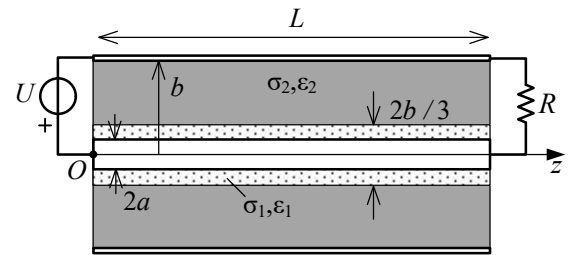
(а)	(б)
-----	-----

## ЗАДАЦИ

1. Три веома дугачка паралелна цилиндрична проводника, полупречника попречног пресека  $a = 4 \mu\text{m}$ , постављена су у ваздуху на висини  $h = 0,6 \text{ mm}$  изнад бесконачне проводне равни, као на слици. Осе проводника су на међусобном растојању  $d = 0,2 \text{ mm}$ . У почетном стационарном стању прекидач  $\Pi$  је отворен, проводник 3 је ненаелектрисан, проводник 2 је галвански спојен са проводном равни, а потенцијал проводника 1 је  $V_1 = 5 \text{ V}$ . Израчунати потенцијал проводника 3 у: (а) почетном стационарном стању и (б) стационарном стању насталом након затварања прекидача  $\Pi$  (тј. након галванског спајања проводника 1 и 3).



2. На улаз правог коаксијалног вода дужине  $L$ , унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , прикључен је генератор временски константног напона  $U$ . На други крај вода прикључен је отпорник отпорности  $R$ , као на слици. Унутрашњост вода испуњена је са два линеарна хомогена коаксијална слоја диелектрика, специфичних проводности  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  и пермитивности  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , респективно. Полупречник раздвојне површи слојева је  $b/3$ . Занемарујући ивичне ефекте, одредити (а) проводност вода и (б) струју унутрашњег проводника  $I(z)$ ,  $0 \leq z \leq L$ , за референтни смер са слике. (в) Нацртати еквивалентно електрично коло овог система.



### Напомена:

У цилиндричном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$  и

$$\text{rot } \mathbf{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ  
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ  
5. ЈУНА 2023. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\rho(x) = \frac{D_0\pi}{2a} \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right)$ ,  $\rho_s(x=0) = 0$ ,  $\rho_s(x=a) = -D_0$ . (б) За  $x < 0$  и  $x > a$ ,  $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ .

2.  $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$ ,  $\text{div } \mathbf{D} = \rho$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ ,  $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$ ,  $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E} + \mathbf{E}_i)$ .

3.  $\rho_{ps} = \rho_s \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_0)\sigma_1 - (\epsilon_1 - \epsilon_0)\sigma_2}{\epsilon_1\sigma_2 - \epsilon_2\sigma_1}$ .

4. (a)  $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{i}_\phi$ . (б)  $\text{rot } \mathbf{B} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ .

**ЗАДАТАК**

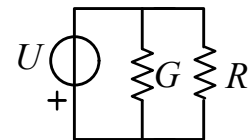
1.  $a_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a} = 10,257 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}} = a_{22} = a_{33}$ ,  $a_{12} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{d^2 + (2h)^2}}{d} = 3,247 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}} = a_{21} = a_{23} = a_{32}$ ,

$a_{13} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(2d)^2 + (2h)^2}}{2d} = 2,070 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}} = a_{31}$ .

(a)  $V_3^{(0)} = \frac{a_{11}a_{13} - a_{12}^2}{a_{11}^2 - a_{12}^2} V_1 = 0,56 \text{ V}$ . (б)  $V_3^{(z)} = \frac{a_{11}(a_{11} + a_{13}) - a_{12}^2}{a_{11}^2 - a_{12}^2} V_1 = 2,78 \text{ V}$ .

2. (a)  $G' = \frac{2\pi}{\frac{1}{\sigma_1} \ln \frac{b}{3a} + \frac{1}{\sigma_2} \ln 3}$ ,  $G = G'L$ . (б)  $I(z) = G'U(L-z) + \frac{U}{R}$ .

(в)



- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 12. ЈУНА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 12. ЈУНА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика